



آزمون « ۳۱ تیر ماه ۱۴۰۱ »

زنگنه سؤال

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

مدت پاسخ گویی دفترچه اجباری (دهم و یازدهم): ۱۲۵ دقیقه

مدت پاسخ گویی دفترچه اختیاری (دوازدهم): ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۴۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰'
	اختیاری	۱۰	۹۱-۱۰۰
۱۰		۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
۱۰		۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
۱۰		۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
۱۰		۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
جمع کل	۱۴۰	۱-۱۴۰	۱۹۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	حسن باطنی، محمد بحیرایی، میثم بهرامی جویا، داود بوالحسنی، مهدی تک، آرمانی جلالی فرد، عادل حسینی، عادل حسینی، امیر زرنانداز، علی اصغر شریفی، علی شهرابی، حمیدرضا صاحبی، حمید علیزاده، قاسم کتابچی، احسان لعل، امیر محمودیان، ابراهیم نجفی، امین نصراله، جهانبخش نیکنام، سهند ولی زاده
هندسه	امیر حسین ابومحبوب، سعید جعفری کافی آباد، جواد حاتمی، عادل حسینی، سیدمحمد رضا حسینی فرد، محمد خندان، مسعود درویشی، مهسا زمانی، رضا عباسی اصل، علی فتح آبادی، فرشاد فرامرزی، سینا محمدپور، زویا محمدعلی پورقهرمانی نژاد، حمیدرضا مظاهری، مهدی نیک زاد
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب، سعید جعفری کافی آباد، عادل حسینی، سیدمحمد رضا حسینی فرد، افشین خاصه خان، مسعود درویشی، فرشاد فرامرزی، مرتضی فهیم علوی، نوید مجیدی، مهرداد ملوندی، نیلوفر مهدوی، هومن نورانی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد، عباس اصفری، عبدالرضا امینی نسب، امیرحسین برادران، مرتضی بهجت، اسماعیل حدادی، محمدعلی راست پیمان، فرشید رسولی، امیر ستارزاده، علیرضا سلیمانی، سجاد شهرابی فراهانی، محمد رضا شیروانی زاده، سعید طاهری بروجنی، محسن قدچلر، مصطفی کیانی، حسین مخدومی، سیدعلی میرنوری، شادمان ویسی
شیمی	علی امینی، احسان ایروانی، جعفر یازوکی، کامران جعفری، مسعود جعفری، ارژنگ خانلری، حمید ذبحی، امید رضوانی، مرتضی زارعی، محمدرضا زهرهوند، جواد سوری لکی، علیرضا شیخ الاسلامی بول، میلاد شیخ الاسلامی، ساجد شیرینی، رسول عابدینی زواره، محمد عظیمیان زواره، حسن عیسی زاده، محمد فائز نیا، سیدمحمد رضا میرقائم، حسین نصرانی، سیدرحیم هاشمی دهکردی، سیدحسن هاشمی، اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	عادل حسینی	عادل حسینی	زهرا آقاجامدی حمید زرین کنش	یاسر راش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقازاریان تبریزی	سرژ یقازاریان تبریزی	محمد رضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان: جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۱- حاصل $S_n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_n$ کدام است؟
- (۱) $\frac{10^{n+1} - 10}{9}$ (۲) $\frac{10^{n+1} - 10}{9} - n$
- (۳) $\frac{10^{n+1} - 10}{9} + n$ (۴) $\frac{10^{n-1} - 10}{9} - n$
- ۲- اگر ریشه‌های معادله $kx^2 + mx + 1 = 0$ مربع ریشه‌های معادله $2x^2 - 6x + 1 = 0$ باشند، حاصل $k + m$ کدام است؟
- (۱) -۳۶ (۲) -۳۲ (۳) -۲۸ (۴) -۲۴
- ۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشند، حاصل $\beta^2(\alpha + 2)$ کدام است؟
- (۱) -۱ (۲) -۵ (۳) ۱ (۴) ۳
- ۴- به ازای کدام مقدار a ، مجموع ریشه‌های معادله $\frac{y}{x} - \frac{x+a}{x+2} = 1$ دو برابر حاصل ضرب آن‌هاست؟
- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) -۸
- ۵- صد کیلوگرم محلول آب و شکر با غلظت ۲۰٪ جرمی موجود است. اگر نیمی از آب آن را تبخیر کنیم، چند کیلوگرم شکر باید اضافه کنیم تا غلظت آن ۴۰٪ جرمی گردد؟
- (۱) $\frac{20}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۸ (۴) این کار ممکن نیست.
- ۶- مجموع جواب‌های معادله $x^2 - 6x - 6 - 8\sqrt{x^2 - 6x - 6} = -7$ کدام است؟
- (۱) ۱۸ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴) -۶
- ۷- حدود a برای آن که معادله $|2x+1| + |2a-1| = 2$ جواب نداشته باشد، کدام است؟
- (۱) \mathbb{R} (۲) $(-1, 2)$ (۳) $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (۴) $\mathbb{R} - [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$
- ۸- اگر $A(2, m)$ ، $B(4, 2)$ و $C(1, 1)$ رئوس مثلث متساوی‌الساقین ABC باشند ($AB = AC$)، محیط مثلث چند برابر طول ساق آن است؟
- (۱) $3 + \sqrt{3}$ (۲) $2 + \sqrt{2}$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) $3 + \sqrt{2}$
- ۹- اگر رأس مربعی باشد که معادله یک ضلع آن $3x + 4y - 1 = 0$ است، مساحت مربع کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) ۱
- ۱۰- معادله یکی از خطوطی که بر خط به معادله $3x + 4y + 3 = 0$ عمود بوده و فاصله مبدأ مختصات از آن برابر $\frac{2}{5}$ باشد، کدام است؟
- (۱) $3y - 4x - 2 = 0$ (۲) $3y + 4x - 2 = 0$
- (۳) $4x - 3y - 3 = 0$ (۴) $4x - 3y + 3 = 0$

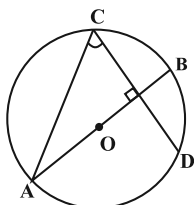
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲- دایره (تا سر حالت‌های دو دایره نسبت به هم): صفحه‌های ۹ تا ۲۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- در یک دایره، طول کمان 120° ، برابر 4π است. در این دایره طول کمان 90° کدام است؟

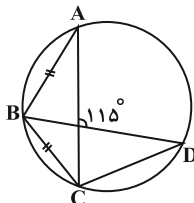
- (۱) 2π (۲) 3π (۳) $\frac{10\pi}{3}$ (۴) $\frac{9\pi}{4}$



۱۲- در شکل مقابل، قطر AB بر وتر CD عمود است. اگر $\widehat{BC} = (2x + 10)^\circ$ و $\widehat{BD} = (3x - 5)^\circ$ باشد،

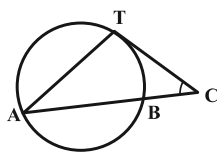
آن‌گاه زاویه C چند درجه است؟

- (۱) 40° (۲) 50°
 (۳) 70° (۴) 80°



۱۳- در شکل مقابل، اندازه زاویه \widehat{BCD} چند درجه است؟

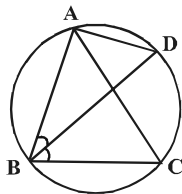
- (۱) 130° (۲) 125°
 (۳) 120° (۴) 115°



۱۴- در شکل مقابل $\widehat{C} = 51^\circ$ ، $AT = AB$ و CT بر دایره مماس است. اندازه زاویه A کدام است؟

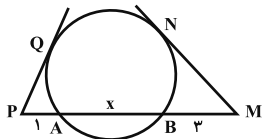
- (۱) 26° (۲) 31°
 (۳) 34° (۴) 39°

۱۵- نقاط A، B، C و D روی محیط یک دایره قرار دارند. اگر $\widehat{BAC} = 50^\circ$ و BD نیمساز زاویه ABC باشد، حاصل $\widehat{BAD} - \widehat{ABD}$ کدام است؟



- (۱) 40° (۲) 50°
 (۳) 55° (۴) 65°

۱۶- در شکل زیر، اگر اندازه مماس MN دو برابر اندازه مماس PQ باشد، x کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) ۵
 (۳) ۶ (۴) ۷

۱۷- از نقطه A خارج دایره‌ای به شعاع r، مماسی به طول $L = \frac{4}{3}r$ بر دایره رسم شده است. کم‌ترین فاصله نقطه A از دایره کدام است؟

- (۱) r (۲) $\frac{r}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}L$ (۴) $\frac{1}{2}L$

۱۸- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) از رأس B عمودی بر AB رسم کرده تا امتداد AC را در نقطه O قطع کند.

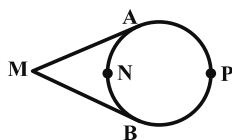
اکنون به مرکز O و شعاع OB دایره‌ای رسم می‌کنیم. اگر امتداد BC دایره را در نقطه D قطع کند، نوع مثلث OCD همواره

کدام است؟

- (۱) قائم‌الزاویه (۲) متساوی‌الساقین (۳) متساوی‌الاضلاع (۴) بستگی به زاویه A دارد.

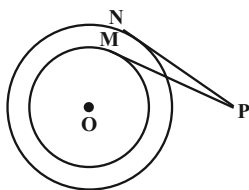
۱۹- مطابق شکل از نقطه M، دو مماس MA و MB بر دایره رسم شده است. اگر $\hat{M} = 30^\circ$ باشد، آنگاه اندازه کمان APB چند

برابر اندازه کمان ANB است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۲۰- در شکل زیر دو دایره با شعاع‌های $R = 3$ و $R' = 4$ ، دارای مرکز مشترک O هستند. از نقطه P دو مماس PM و PN بر این دو



دایره رسم شده است. اگر $PM = 3\sqrt{3}$ باشد، اندازه PN کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) 4 (۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- به ازای کدام مقدار x ، گزاره‌نمای «در پرتاب دو تاس، احتمال آنکه مجموع اعداد رو شده برابر x باشد، $\frac{1}{6}$ است.» به گزاره‌ای درست تبدیل می‌شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر، همیشه درست است؟

- الف) $p \leftrightarrow \sim p$ (ب) $p \Rightarrow (p \vee \sim p)$ (پ) $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$
 (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۳- ارزش گزاره $(p \Rightarrow (p \vee q)) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow q)$ برابر با کدام است؟

- (۱) q (۲) $\sim q$ (۳) F (۴) T

۲۴- اگر ارزش گزاره $(\sim p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \vee r)$ نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) $p \wedge q$ (۲) $q \Rightarrow r$ (۳) $r \vee p$ (۴) $p \Leftrightarrow r$

۲۵- نقیض گزاره « $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$ » کدام است؟

- (۱) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x = 0$ (۲) $\exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x \neq 0$

- (۳) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x = 0$ (۴) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x \neq 0$

۲۶- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، دامنه متغیر گزاره‌نما باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) $\forall x \in A; \frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$ (۲) $\exists x \in A; x^2 + 5x - 6 = 0$

- (۳) $\forall x \in A; |3 - x| < 2$ (۴) $\exists x \in A; x^2 \leq x$

۲۷- اگر $A = \{2\}$ ، $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ باشد، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $B \subseteq C$ (۲) $B \in C$ (۳) $A \in B$ (۴) $A \subseteq B$

۲۸- اگر دو عضو جدید به مجموعه A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی آن ۳۶ واحد بیش تر خواهد شد. مجموعه A در حالت اول چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۸

۲۹- در چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ، حاصل ضرب اعضا عددی منفی است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۴۸ (۴) ۶۴

۳۰- چه تعداد از حالت‌های زیر، یک افراز برای مجموعه اعداد صحیح محسوب می‌شود؟

الف) $A = \{x | x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{-x | x \in \mathbb{N}\}$

ب) $A = \{x | x \in \mathbb{W}\}$ و $B = \{-x | x \in \mathbb{W}\}$

پ) $A = \{x | x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{-x | x \in \mathbb{W}\}$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲ - الکتروستاتیک: صفحه‌های ۱ تا ۳۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- مطابق جدول سری الکتروستاتیک مالشی زیر دو ماده خنثی D و B را به هم مالش می‌دهیم و تعداد 10^{15} الکترون جابه‌جا می‌شود. در این صورت بار الکتروستاتیکی ماده B بر حسب میکروکولن برابر کدام است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

انتهای مثبت
A
B
C
D
انتهای منفی

می‌کنند بر حسب نیوتون و نوع آن، مطابق با کدام گزینه است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

(۱) $+0.12$ (۲) -160

(۳) $+160$ (۴) -0.12

۳۲- دو ذره با بارهای $+5 \mu C$ و $-4 \mu C$ در فاصله ۳ سانتی‌متری از هم قرار دارند. اندازه نیروی الکتروستاتیکی که دو ذره به هم وارد می‌کنند بر حسب نیوتون و نوع آن، مطابق با کدام گزینه است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

(۱) 200 ، جاذبه (۲) 200 ، دافعه

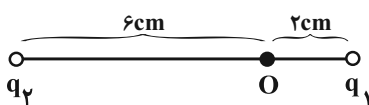
(۳) 100 ، جاذبه (۴) 100 ، دافعه

۳۳- در صفحه xoy ، بار الکتروستاتیکی $q_1 = +10 \mu C$ در نقطه $A(10cm, 10cm)$ و بار الکتروستاتیکی $q_2 = +5 \mu C$ در نقطه $B(20cm, 20cm)$ ثابت شده‌اند. بردار نیروی وارد بر بار q_1 از طرف بار q_2 در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

(۱) $+11/25\sqrt{2}(\vec{i} + \vec{j})$ (۲) $-22/5\sqrt{2}(\vec{i} + \vec{j})$

(۳) $+22/5\sqrt{2}(\vec{i} + \vec{j})$ (۴) $-11/25\sqrt{2}(\vec{i} + \vec{j})$

۳۴- در شکل زیر، برابند میدان‌های الکتروستاتیکی دو بار الکتروستاتیکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه O برابر \vec{E} است. اگر بار q_1 خنثی شود، میدان الکتروستاتیکی خالص در همان نقطه، $\frac{4}{3}\vec{E}$ می‌شود. حاصل $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



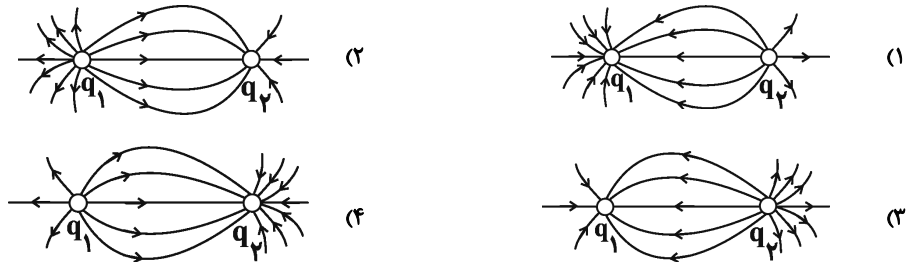
(۱) -36 (۲) 36

(۳) $\frac{1}{36}$ (۴) -4

۳۵- بزرگی میدان الکتروستاتیکی حاصل از بار q در فاصله d از آن برابر E است. اگر از این نقطه ۳ سانتی‌متر در همان راستا از بار q دورتر شویم، بزرگی میدان الکتروستاتیکی ۵۱ درصد کاهش می‌یابد. d چند سانتی‌متر است؟

(۱) ۷ (۲) ۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

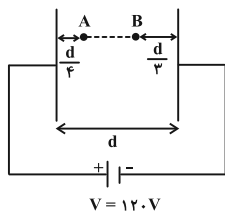
۳۶- اگر بر روی دو کره رسانای کوچک، بارهای الکتریکی $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ قرار گیرد به گونه‌ای که $|q_1| > |q_2|$ باشد، کدام گزینه آرایش خطوط میدان الکتریکی آن‌ها را هنگامی که کنار هم قرار دارند، به درستی نمایش می‌دهد؟



۳۷- ذره‌ای با بار الکتریکی $3 \mu\text{C}$ در راستای خط‌های یک میدان الکتریکی پرتاب می‌شود. اگر این ذره در نقطه A با پتانسیل الکتریکی ۱۲۷، دارای انرژی جنبشی $4 \times 10^{-4} \text{ J}$ باشد، انرژی جنبشی آن در نقطه B با پتانسیل الکتریکی ۲۲۷ برابر با چند میلی‌ژول است؟

- (۱) ۰/۳۷ (۲) ۰/۴۳ (۳) ۰/۳۴ (۴) ۰/۴۶

۳۸- مطابق شکل زیر، دو صفحه رسانای موازی که فاصله بینشان d است، به پایانه‌های یک باتری ۱۲۰ ولتی متصل هستند. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B ($V_B - V_A$) چند ولت است؟



- (۱) ۵۰ (۲) -۵۰ (۳) ۷۰ (۴) -۷۰

۳۹- چه تعداد از عبارات‌های زیر، درست است؟

- (الف) میدان الکتریکی خالص درون جسم رسانای باردار منزوی صفر است.
(ب) پدیده رنگ‌پاشی الکتروستاتیکی، مبتنی بر القای بار الکتریکی است.
(پ) پتانسیل الکتریکی همه نقاط درون جسم رسانای باردار منزوی الزاماً صفر است.
(ت) برای یک جسم رسانای باردار که در شرایط تعادل الکتروستاتیکی قرار دارد، پتانسیل الکتریکی نقاط نوک تیز بیشتر از نقاط دیگر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۰- بر روی دو کره رسانا که شعاع یکی دو برابر دیگری است، بار الکتریکی یکسان توزیع شده است. اگر اختلاف چگالی سطحی بار

الکتریکی آن‌ها $0/15 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره بزرگ‌تر چند کولن بر متر مربع است؟

- (۱) ۰/۰۵ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۰۳ (۴) ۰/۱۲

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

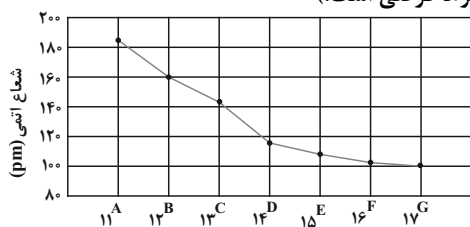
شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا سر کنج‌های اعماق دریا): صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) در سال‌های اخیر میزان استخراج و مصرف مواد معدنی بیشتر از میزان استخراج و مصرف فلزها و سوخت‌های فسیلی بوده است.
 (۲) شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین لایه الکترونی اشغال‌شده اتم‌های قلع و سرب با هم برابر است.
 (۳) سیلیسیم برخلاف عنصر شبه‌فلز هم‌گروه خود، رسانایی الکتریکی و گرمایی کمی دارد.
 (۴) خواص فیزیکی شبه فلزها بیشتر مشابه فلزهاست، در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.

۴۲- با توجه به نمودار مقابل، چند مورد از عبارات‌های زیر درست‌اند؟ (نماد عنصرها فرضی است.)



(آ) شعاع اتمی X از شعاع اتمی ۱۷G بزرگ‌تر است.

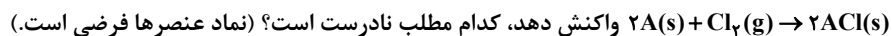
(ب) بیشترین تفاوت شعاع اتمی دو عنصر متوالی در این دوره، مربوط به C و D می‌باشد.

(پ) خصلت فلزی عنصر ۱۲B از ۱۳C بیشتر است.

(ت) فرمول ترکیب یونی حاصل از A با G به صورت AG است.

- (۱) ۱
 (۲) ۴
 (۳) ۳
 (۴) ۲

۴۳- فلزهای A و B در دوره سوم جدول تناوبی قرار دارند. اگر عنصر A در دمای محیط با گاز کلر مطابق معادله شیمیایی:



(۱) عنصر A واکنش‌پذیرتر از عنصر B است.

(۲) شعاع اتمی A بیشتر از شعاع اتمی B است.

(۳) جامد حاصل از واکنش کلر با عنصر B جرم مولی بیشتری نسبت به ACl دارد.

(۴) در جرم‌های برابر از عنصرهای A و B، حجم گاز کلر مصرف شده در شرایط STP، در واکنش با عنصر A بیشتر است.

۴۴- در شکل زیر، عنصرهای گروه چهاردهم جدول دوره‌ای از دوره دوم تا ششم نشان داده شده است. با توجه به آن چند مورد از

عبارات‌های زیر درست هستند؟ (نماد عنصرها فرضی است.)

(آ) عنصر B همانند عنصر D، رسانایی الکتریکی و گرمایی دارد.

(ب) عنصر A همانند عنصر E، دارای ۲ الکترون با $l = 1$ در لایه ظرفیت خود می‌باشد.

(پ) عنصر C همانند عناصر A و B، در اثر ضربه خرد نمی‌شود.

(ت) عنصر D در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد و عنصر A الکترون به اشتراک می‌گذارد.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۴۵- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با جدول تناوبی عناصر نادرست است؟

• در دوره دوم با صرف نظر از گاز نجیب، از چپ به راست، واکنش‌پذیری ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

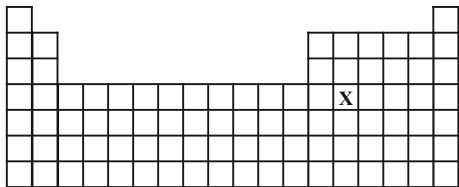
• در دوره سوم، بیش از نصف عناصر در واکنش با دیگر اتم‌ها می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

• در دوره سوم، دو نافلز به رنگ زرد وجود دارند.

• در پنج عنصر از دوره چهارم، یک زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۴۶- کدام گزینه در مورد عنصری که در شکل زیر مشخص شده درست است؟



(۱) شبه فلزی با آرایش الکترونی لایه ظرفیت np^2 است.

(۲) همانند اتم زیرین خود، در واکنش با دیگر اتمها الکترون از دست می‌دهد.

(۳) همانند سبک‌ترین شبه فلز هم گروه خود رسانایی الکتریکی دارد.

(۴) برخلاف سیلیسیم، در اثر ضربه خرد می‌شود.

۴۷- کدام گزینه در ارتباط با عناصر دوره سوم جدول تناوبی، نادرست است؟

(۱) با پیمایش این دوره از راست به چپ شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

(۲) در مقایسه با سایر دوره‌ها، دارای عنصرهای نافلزی بیشتری می‌باشد.

(۳) شمار عناصر دارای رسانایی الکتریکی با شمار عناصر فاقد سطح براق و صیقلی، برابر است.

(۴) تنها یک مورد از عناصر این دوره، در دما و فشار اتاق، به صورت مولکول‌های دو اتمی وجود دارد.

۴۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

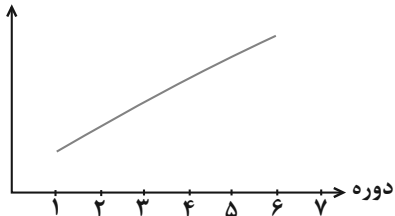
• در هالوژن‌ها، هرچه شعاع اتمی افزایش می‌یابد، دمای لازم برای واکنش با گاز H_2 کاهش می‌یابد.

• تفاوت شعاع اتمی فلز و شبه‌فلز متوالی دوره سوم از تفاوت شعاع اتمی سایر عناصر متوالی این دوره بیشتر است.

• ترتیب مقایسه خصلت فلزی و مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی سه فلز اول گروه یک جدول دوره‌ای به صورت $Li < Na < K$ است.

• نمودار مقابل، روند تقریبی تغییر خصلت نافلزی در یک گروه در جدول دوره‌ای عناصر را نشان می‌دهد.

خصلت نافلزی



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۹- یک نمونه به جرم ۱۲۰ گرم از منیزیم اکسید با خلوص ۵۷٪ را با اضافه کردن مقداری دیگر منیزیم اکسید ۲۹٪ خالص به نمونه‌ای

از منیزیم اکسید با خلوص ۵۰٪ تبدیل می‌کنیم. مجموع شمار یون‌ها در نمونه نهایی منیزیم اکسید کدام است؟

($O = 16, Mg = 24 : g.mol^{-1}$)

۱/۲۰۴ × ۱۰^{۲۴} (۴)

۲/۴۰۸ × ۱۰^{۲۴} (۳)

۳/۶۱۲ × ۱۰^{۲۴} (۲)

۱/۸۰۶ × ۱۰^{۲۴} (۱)

۵۰- $30/3$ گرم پتاسیم نیترات ناخالص را مطابق معادله واکنش موازنه‌نشده $KNO_3(s) \xrightarrow{500^\circ C} K_2O(s) + N_2(g) + O_2(g)$ در یک

ظرف سرباز حرارت داده‌ایم. اگر ۱۲/۱۵ گرم کاهش جرم ایجاد شده باشد، چند درصد از واکنش‌دهنده را ناخالصی تشکیل می‌دهد و

حجم گاز تولید شده با ضریب استوکیومتری بزرگ‌تر، در شرایط STP چند لیتر است؟ ($K = 39, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۶/۳، ۲۵ (۴)

۵/۴۶، ۲۵ (۳)

۶/۳، ۷۵ (۲)

۵/۴۶، ۷۵ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله + مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

۵۱- اگر A مجموعه جواب‌های نامعادله $2x - 1 \leq \frac{x}{y} \leq 5x - 1$ و $B = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$ و \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، حاصل $(A \cup B)'$ کدام است؟

- (۱) $(0, 1] \cup [2, 6)$ (۲) $(\frac{1}{3}, 1) \cup (\frac{2}{9}, \frac{1}{3})$ (۳) $(\frac{1}{3}, 1) \cup (\frac{2}{9}, \frac{1}{3})$ (۴) $(0, 1) \cup (2, 6)$

۵۲- اگر U مجموعه مرجع، $n(U) = 50$ ، $n(A') = 22$ ، $n(A - B) = 20$ و $n(B) = \frac{1}{4}n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۸

۵۳- در یک مدرسه ۳۲ نفر والیبال، ۲۰ نفر فقط فوتبال و ۵ نفر در هر دو رشته بازی می‌کنند. اگر ۵ نفر در هیچ رشته‌ای بازی نکنند، تعداد کل دانش آموزان این مدرسه کدام است؟

- (۱) ۵۷ (۲) ۵۲ (۳) ۴۷ (۴) ۴۲

۵۴- اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵ باشد، جمله چندم دنباله برابر ۲۹ است؟

- (۱) هشتم (۲) هشتم (۳) پنجم (۴) ششم

۵۵- اگر $A_n = (-\frac{1}{n}, \frac{1}{11-n})$ ، $(1 \leq n \leq 10)$ و $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (a, b)$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{11}{10}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{10}$

۵۶- جمله اول یک دنباله حسابی ۲۰۰۰- و قدرنسبت آن ۳ است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟

- (۱) ۶۶۸ (۲) ۶۶۷ (۳) ۶۷۰ (۴) ۶۷۱

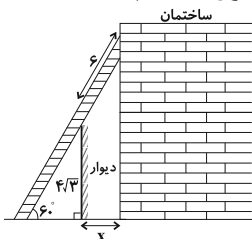
۵۷- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم برابر ۲۴- و مجموع جملات سوم و چهارم برابر ۶- است. جمله دهم این دنباله کدام است؟ (قدرنسبت دنباله منفی است.)

- (۱) $\frac{1}{32}$ (۲) $-\frac{1}{32}$ (۳) $-\frac{3}{32}$ (۴) $\frac{3}{32}$

۵۸- حاصل عبارت $A = 3 \tan 60^\circ - \sin^2 45^\circ + \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 30^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

۵۹- مطابق شکل زیر، نردبانی را به دیوار و ساختمان پشت آن تکیه داده‌ایم. فاصله پای ساختمان تا پای دیوار (x) کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۶۰- مساحت مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۴ و $8\sqrt{2}$ برابر ۵۶ است. اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث چند درجه است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۳۰ (۴) ۱۵

هندسه ۱ - ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹

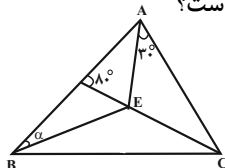
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۶۱- نقیض گزاره «یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.» کدام است؟
 (۱) همه چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.
 (۲) بعضی چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.
 (۳) همه چهارضلعی‌ها دو قطر نابرابر دارند.
 (۴) بیش از یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر نابرابر دارند.
- ۶۲- کدام گزینه مثال نقض ندارد؟
 (۱) در هر مثلث، اندازه بزرگ‌ترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچک‌ترین زاویه، کوچک‌تر است.
 (۲) برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 + n + 41$ ، عددی اول است.
 (۳) در هر مثلث، هر ارتفاع از هر کدام از سه ضلع مثلث کوچک‌تر است.
 (۴) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است.
- ۶۳- در اثبات عکس قضیه «در مثلث ABC ، اگر $AB > AC$ باشد، آنگاه $\hat{C} > \hat{B}$ است.» با استفاده از برهان خلف، فرض اولیه کدام است؟
 (۱) $\hat{B} > \hat{C}$ (۲) $\hat{B} \geq \hat{C}$ (۳) $AC > AB$ (۴) $AB \leq AC$
- ۶۴- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟
 (۱) متوازی‌الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۶ باشد، به صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.
 (۲) مستطیلی که طول قطر آن برابر ۵ باشد، به صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.
 (۳) لوزی‌ای که طول ضلع آن برابر ۵ و طول یکی از قطرهای آن برابر ۸ باشد، به صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.
 (۴) با رسم عمودمنصف‌های دو وتر موازی از یک دایره، می‌توان مرکز دایره را پیدا کرد.
- ۶۵- نقطه O محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\angle A = 90^\circ$ و $\angle B = \angle C = 45^\circ$) است. فاصله O از ضلع BC کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۶۶- دو دایره به مراکز A و B ، یکدیگر را در نقاط C و D قطع کرده‌اند. چند نقطه مانند M روی پاره خط AB می‌توان یافت به گونه‌ای که $MC = MD$ باشد؟
 (۱) بی‌شمار (۲) هیچ (۳) ۱ (۴) ۲
- ۶۷- کدام چهار ضلعی قابل رسم نیست؟
 (۱) مربعی که مجموع طول‌های یک ضلع و یک قطر آن ۲ باشد.
 (۲) لوزی‌ای که طول قطرهای آن ۳ و ۱۰ باشد.
 (۳) مستطیلی که طول یک ضلع آن ۲ و طول قطر آن ۱۵ باشد.
 (۴) متوازی‌الاضلاعی که طول‌های دو قطر آن ۷ و ۴ و طول یک ضلع آن ۶ باشد.

۶۸- در شکل زیر اگر E نقطه هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی مثلث ABC باشد، زاویه α چند درجه است؟

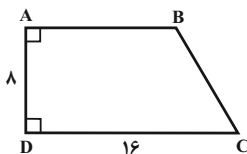


- (۱) ۱۵
 (۲) ۲۰
 (۳) ۳۰
 (۴) ۴۰

۶۹- دو خط d_1 و d_2 در نقطه O بر هم عمودند. مساحت ناحیه‌ای که فاصله نقاط واقع در آن از هر یک از دو خط d_1 و d_2 کمتر از ۲ واحد و از نقطه O بیشتر از ۲ واحد باشد، کدام است؟

- (۱) 4π (۲) ۱۶ (۳) $4(4 - \pi)$ (۴) $4(\pi - 1)$

۷۰- در دوزنقه $ABCD$ شکل زیر، عمودمنصف قطر AC ، قاعده DC را در نقطه M قطع می‌کند. فاصله M تا رأس D کدام است؟



- (۱) ۶
 (۲) ۸
 (۳) ۴
 (۴) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۲۲ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- کمیت‌های اشاره شده در کدام گزینه، می‌توانند به ترتیب از راست به چپ در جاهای «الف»، «ب» و «پ» جدول زیر به درستی قرار گیرند؟

کمیت	اصلی	فرعی	نرده‌ای	برداری
الف	✓		✓	
ب		✓		✓
پ		✓	✓	

(۱) جریان الکتریکی - تندی لحظه‌ای - تندی متوسط

(۲) دما - شتاب متوسط - نیرو

(۳) مقدار ماده - تندی لحظه‌ای - فشار

(۴) شدت روشنایی - شتاب لحظه‌ای - انرژی

۷۲- چه تعداد از تبدیلهای یکاهای زیر درست است؟

$$\text{الف) } 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2 \times 10^{12} \frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3} \quad \text{ب) } 5 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} = 5 \times 10^3 \frac{\text{dag.mm}}{\text{ds}^2} \quad \text{پ) } 8 \frac{\text{m}^3}{\text{hs}} = 8 \times 10^{-2} \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}}$$

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۳- در عبارت زیر، مقادیر α و β به گونه‌ای است که E بر حسب یکای ژول به دست می‌آید. حاصل E بر حسب ژول کدام است؟

$$E = 5 \times 10^{-1} \text{g} \alpha \left(\frac{\text{dam}}{\text{s}} \right) \beta + 2 \times 10^{-2} \text{J}$$

(۱) 7×10^{-2} (۲) $0/52$ (۳) 25×10^3 (۴) $5/02$

۷۴- حاصل جمع دو کمیت فیزیکی $600 \frac{\text{cm}}{\text{s.kg}}$ و $1/8 \frac{\text{km}}{\text{h.g}}$ ، بر حسب یکاهای SI و به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟ (h: ساعت)

(۱) $6/18 \times 10^2$ (۲) $5/06 \times 10^2$ (۳) $5/03 \times 10^3$ (۴) $1/1 \times 10^3$

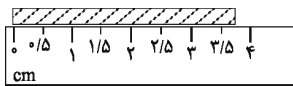
۷۵- آهنگ خروج آب از شیلنگ آبی $250 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ می‌باشد. این شیلنگ را درون مخزنی خالی به گنجایش ۳۰۰۰ لیتر قرار می‌دهیم.

پس از ۲ ساعت چند درصد این مخزن همچنان خالی می‌ماند؟

(۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

محل انجام محاسبات

۷۶- مطابق شکل طول جسمی توسط یک خط‌کش اندازه‌گیری شده است. دقت اندازه‌گیری این خط‌کش برحسب میلی‌متر مطابق با کدام گزینه است؟



- (۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۷۷- کره‌ای توپر به جرم 810g و چگالی $10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ در اختیار داریم. اگر این کره را ذوب کرده و از آن پوسته‌ای استوانه‌ای به قطر داخلی 2cm و قطر خارجی 4cm بسازیم، طول استوانه چند سانتی‌متر می‌شود؟ ($\pi = 3$)

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{9}{400}$ (۳) $0/09$ (۴) ۹

۷۸- دو کره هم‌اندازه از فلزهایی با چگالی‌های $\rho_1 = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_2 = 5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ساخته شده‌اند. کره (۱) توپر و کره (۲) دارای حفره‌ای کروی است که حجم آن $0/8$ درصد از حجم کل کره است. اگر اختلاف جرم دو کره $1/52\text{kg}$ باشد، حجم حفره چند سانتی‌متر مکعب است؟ ($\pi = 3$)

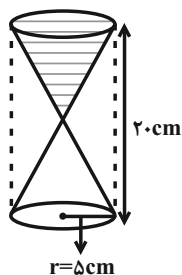
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۷۹- برای ساختن مخلوطی، ۳ پیمانانه از مایع با چگالی ρ_2 و نصف پیمانانه از مایع با چگالی ρ_1 را با هم مخلوط می‌کنیم. اگر از تغییرات حجم در حین اختلاط صرف‌نظر کنیم، چگالی مخلوط برابر با کدام گزینه است؟

$$(1) \frac{6\rho_1 + \rho_2}{7} \quad (2) \frac{\rho_1 + 6\rho_2}{7}$$

$$(3) \frac{7\rho_1\rho_2}{6\rho_1 + \rho_2} \quad (4) \frac{7\rho_1\rho_2}{\rho_1 + 6\rho_2}$$

۸۰- مطابق شکل زیر، مخروط پایینی یک ساعت شنی که در ابتدا خالی است، با آهنگ ریزش 4 گرم بر ثانیه در حال پر شدن از شن است. اگر چگالی شن $2 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ باشد، چند ثانیه طول می‌کشد تا مخروط پایینی کاملاً پر شود؟ ($\pi = 3$) و مخروط بالایی در ابتدا کاملاً از شن پر شده است. (ارتفاع دو مخروط یکسان است.)



- (۱) ۲۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۳۷۵ (۴) ۲۵۰

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی (نا سر ساختار اتم و رفتار آن): صفحه‌های ۱ تا ۲۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۸۱- کدام گزینه به درستی بیان شده است؟
- (۱) پاسخ به پرسش بنیادی «هستی چگونه پدید آمده است؟» در قلمرو علوم تجربی می‌گنجد.
 (۲) همه دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است.
 (۳) دو فضایمای وویجر ۱ و ۲ مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های گازی، همانند مشتری شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه و ارسال کنند.
 (۴) پس از پدید آمدن ذرات زیراتمی، با گذشت زمان و افزایش دما، مجموعه‌های گازی به نام سحابی ایجاد شدند.
- ۸۲- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟
- (الف) هیدروژن، ۵ ایزوتوپ ناپایدار دارد که همگی ساختگی هستند.
 (ب) کاتیون عنصری که در هسته خود ۳۱ ذره باردار دارد، باری مشابه کاتیون Al^{3+} دارد.
 (پ) اگر موج B مربوط به رنگ زرد باشد، موج A می‌تواند مربوط به رنگ سبز باشد.
-
- (ت) اگر اکسیژن دارای سه ایزوتوپ ^{16}O ، ^{17}O و ^{18}O باشد، با این ایزوتوپ‌ها، می‌توان ۶ مولکول O_3 با جرم مولی متفاوت تشکیل داد.
 (ث) تعداد خطوط رنگی طیف نشری فراوان‌ترین عنصر سیاره مشتری، بیش‌تر از این تعداد در طیف نشری خطی دومین عنصر فراوان این سیاره است.
- ۸۳- چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟
- (الف) در جدول تناوبی، ۹ گروه چهار عضوی وجود دارد که همه آن‌ها مربوط به یک دسته هستند.
 (ب) در دسته f جدول دوره‌های عنصرها ۲۸ عنصر وجود دارد.
 (پ) در دوره‌های ۲ و ۳ جدول دوره‌ای، در مجموع ۸ عنصر وجود دارد که نماد شیمیایی آن‌ها دو حرفی است.
 (ت) نخستین عنصری که توسط بشر ساخته شده است، در دسته d جدول دوره‌ای جای دارد.
- ۸۴- جرم‌های برابری از گازهای گوگرد دی‌اکسید (SO_2) و متان (CH_4) را در اختیار داریم. نسبت شمار اتم‌های موجود در گوگرد دی‌اکسید به شمار اتم‌های موجود در متان کدام است؟ ($C = 12, H = 1, O = 16, S = 32; g \cdot mol^{-1}$)
- ۸۵- کدام مطلب نادرست است؟ ($^{14}_7N, {}^1_1H, {}^{35}_{17}Cl, {}^{16}_8O$)
- (۱) تعداد الکترون‌های هر یون ClO^- بیش از $2/5$ برابر تعداد الکترون‌های هر یون NH_4^+ است.
 (۲) در اتم عنصر ^{79}M ، اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها برابر ۱۱ است و این اتم در هسته خود ۳۴ پروتون دارد.
 (۳) $9/03 \times 10^{20}$ اتم آهن برابر با $0/015$ مول آهن است.
 (۴) پایداری هسته ایزوتوپی از هیدروژن که ۵ نوترون دارد، بیشتر از ایزوتوپی از آن با عدد جرمی ۴ است.

محل انجام محاسبات

۸۶- جاهای خالی عبارات زیر، به ترتیب با عبارات‌های موجود در کدام گزینه به درستی کامل می‌شود؟

(آ) هرچه طول موج پرتویی بیشتر باشد، زاویه انحراف آن پس از عبور از منشور ... است.

(ب) رنگ شعله مس (II) نیترات با رنگ شعله مس (II) کلرید ... است.

(پ) پرتویی که طول موج ... دارد، انرژی ... با خود حمل می‌کند.

(۱) کمتر - متفاوت - کوتاه‌تری - بیشتری

(۲) بیشتر - یکسان - بلندتری - بیشتری

(۳) بیشتر - متفاوت - کوتاه‌تری - کمتری

(۴) کمتر - یکسان - بلندتری - کمتری

۸۷- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

• اغلب ایزوتوپ‌هایی که نسبت پروتون به نوترون در هستهٔ اتم آن‌ها کوچکتر یا مساوی $\frac{2}{3}$ باشد، ناپایدار هستند.

• رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن، نیمه‌عمری کمتر از یک ثانیه دارند.

• تعداد خطوط مرئی در طیف نشری خطی هر عنصر متفاوت از عنصر دیگری است.

• طول موج پرتو منتشرشده از کنترل تلویزیون می‌تواند ۳۰۰nm باشد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۸- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) نور خورشید گستره‌ای پیوسته از پرتوهای الکترومغناطیسی است که بیش‌ترین طول موج در آن مربوط به نور قرمز است.

(ب) هرچه طول موج یک پرتو مرئی بیش‌تر باشد، در هنگام عبور از منشور میزان شکست آن کم‌تر است.

(پ) با افزایش عدد اتمی عناصر، تعداد خطوط طیف نشری خطی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۸۹- همهٔ عبارات‌های زیر درست‌اند؛ به جز

(۱) ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی خواص فیزیکی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای عناصرها تنها یک مکان را اشغال می‌کنند.

(۲) ایزوتوپی از لیتیم که نسبت شمار پروتون‌ها به نوترون‌های هستهٔ اتم آن برابر $0/75$ است، درصد فراوانی بیشتری دارد.

(۳) در بین ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن، تنها یک رادیوایزوتوپ وجود دارد.

(۴) ایزوتوپ‌های ناپایدار اغلب بر اثر متلاشی شدن افزون بر ذره‌های پرانرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

۹۰- عبارت کدام گزینه درست است؟

(۱) اعضای بدن با عدم جذب گلوکز نشان‌دار و با جذب گلوکز معمولی، نشان می‌دهند که دارای یاخته‌هایی با رشد غیرعادی هستند.

(۲) نیم‌عمر، مدت زمانی است که نصف مادهٔ اولیه تجزیه می‌شود و با میزان پایداری ایزوتوپ رابطهٔ عکس دارد.

(۳) همهٔ تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی ساخته شود و زمان ماندگاری آن زیاد است.

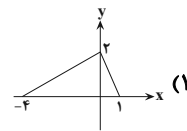
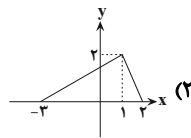
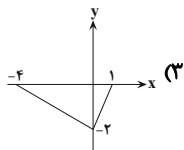
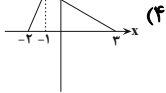
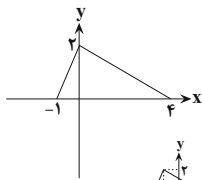
(۴) منظور از غنی‌سازی ایزوتوپی، افزایش درصد ایزوتوپ مورد نظر در مخلوط ایزوتوپ‌های عنصر مورد نظر است.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

- ۹۱- اگر نقطه $A(x_0, y_0)$ روی تابع $y = f(x)$ باشد، نقطه A' متناظر آن روی تابع $g(x) = f(x+1) - 3$ کدام است؟
 (۱) $(x_0 + 1, y_0 + 3)$ (۲) $(x_0 - 1, y_0 - 3)$ (۳) $(x_0 + 1, y_0 - 3)$ (۴) $(x_0 - 1, y_0 + 3)$
- ۹۲- اگر دامنه تابع $y = f(2x-1) + 3$ به صورت $[-2, 6]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = 2f(4x-2) - 3$ کدام است؟
 (۱) $[-1, 3]$ (۲) $[-\frac{3}{4}, \frac{13}{4}]$ (۳) $[\frac{3}{8}, \frac{11}{8}]$ (۴) $[-3, 1]$
- ۹۳- قرینه نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور y ها تعیین کرده، سپس ۲ واحد به طرف x های مثبت انتقال می‌دهیم. نمودار حاصل، نیمساز ناحیه اول و سوم را با کدام طول قطع می‌کند؟
 (۱) -2 (۲) $0/5$ (۳) 1 (۴) $1/5$
- ۹۴- اگر نمودار تابع $y = f(\frac{1+x}{2})$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $y = f(\frac{1-x}{2})$ کدام است؟



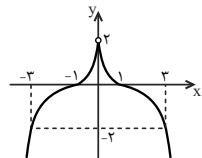
- ۹۵- نمودار تابع $y = |x-3| - 2$ را یک واحد به سمت بالا و چهار واحد به سمت چپ انتقال داده، سپس آن را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل از چند ناحیه محوره‌های مختصات عبور می‌کند؟
 (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱
- ۹۶- برای رسم نمودار تابع $f(x) = -x^2$ از روی نمودار تابع $g(x) = -(x-1)^2 + 2$ کافی است نمودار تابع g را در راستای محور x ها، و سپس در راستای محور y ها، انتقال دهیم.

(۱) ۱ واحد به چپ - ۲ واحد به پایین

(۲) ۱ واحد به راست - ۲ واحد به بالا

(۳) ۱ واحد به چپ - ۲ واحد به بالا

(۴) ۱ واحد به راست - ۲ واحد به بالا



۹۷- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{|f(x)|} - 2$ کدام است؟

(۱) $|x| \geq 1$

(۲) $|x| \leq 1$

(۳) $|x| \geq 3$

(۴) $|x| \leq 3$

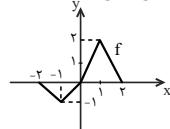
۹۸- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، برای کدام مقدار k ، معادله $2f(2x) - 1 = k$ بیشترین تعداد جواب را دارد؟

(۱) $0/5$

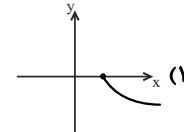
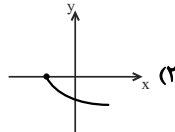
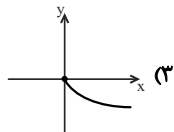
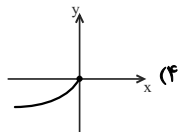
(۲) ۱

(۳) $1/5$

(۴) -1



۹۹- اگر $f(x+1) = \sqrt{x}$ ، آنگاه نمودار تابع $g(x) = -f(2x+1)$ به کدام شکل زیر است؟



- ۱۰۰- طول نقاط برخورد نمودار تابع $f(x) = \sin ax$ با محور x ها، $\frac{1}{4}$ برابر طول نقاط برخورد نمودار تابع $g(x) = \sin x$ با محور x هاست. در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ ، نمودار دو تابع f و g در چند نقطه مشترکند؟
 (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۷

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۱۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + 1 & : i = j \\ i + j & : i > j \\ i - j + 2 & : i < j \end{cases}$ باشد، مجموع درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی ماتریس A کدام است؟

۱۷ (۱) ۱۴ (۲) ۲۲ (۳) ۲۵ (۴)

۱۰۲- اگر $A = [ij - 1]_{3 \times 3}$ و $B = [i^2 - j]_{3 \times 3}$ باشند، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $A + B$ کدام است؟

۳ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۱۰۳- اگر $A_{3 \times 1}$ ، $B_{2 \times 3}$ ، $C_{1 \times 2}$ و $D_{3 \times 2}$ ماتریس باشند، آنگاه چند ماتریس مختلف از حاصل ضرب دو به دو این ماتریس‌ها قابل تعریف است؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۱۰۴- حاصل عبارت $\sin 15^\circ \begin{bmatrix} \sin 15^\circ & -\cos 15^\circ \\ \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \end{bmatrix} + \cos 15^\circ \begin{bmatrix} \cos 15^\circ & \sin 15^\circ \\ -\sin 15^\circ & \cos 15^\circ \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۱۰۵- به ازای کدام ماتریس‌های A و B ، $AB = \vec{O}$ است؟

(۱) $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ (۲) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$ (۴) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

۱۰۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & a-1 \\ a+1 & 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & -b \\ b & 2 \end{bmatrix}$ و AB ماتریسی قطری باشد، آنگاه $a + b$ کدام است؟

-۱ (۱) ۲ (۲) صفر ۱ (۳) ۲ (۴)

۱۰۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & m & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $AB + C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل مجموع درایه‌های ماتریس C کدام است؟

-۵ (۱) -۱۵ (۲) -۱۷ (۳) -۲۱ (۴)

۱۰۸- اگر $A = [i + j]_{2 \times 2}$ ، $B = \begin{bmatrix} a & a+b \\ a+b & b \end{bmatrix}$ و $A + B$ ماتریسی اسکالر باشد، جمع درایه‌های ماتریس $A + B$ کدام است؟

-۴ (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۰۹- اگر α و β ریشه‌های معادله $\begin{bmatrix} 3 & x & -1 \\ x & 1 & 2 \\ -2 & -4 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$ باشند ($|\alpha| < |\beta|$)، آنگاه حاصل $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

۱۱۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه چند ماتریس به صورت $B = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ x-z & y+2z \end{bmatrix}$ وجود دارد به طوری که $A = B$ باشد؟ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۸ تا ۱

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

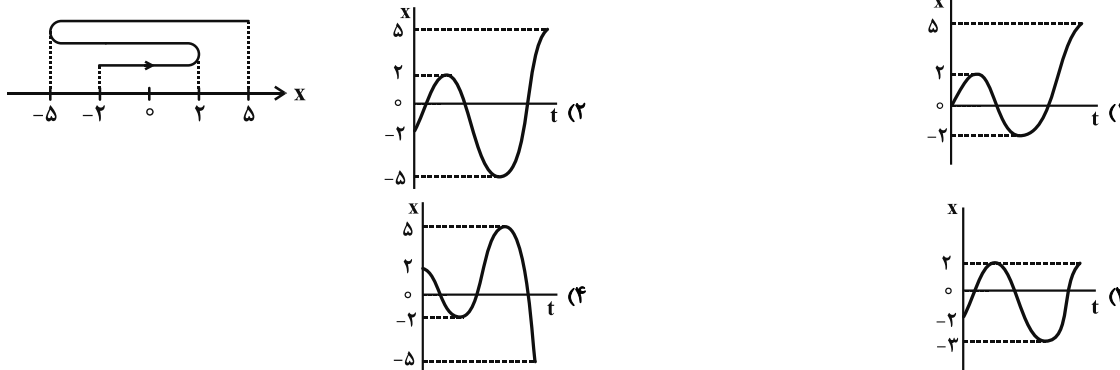
- ۱۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟ ($a, b \in \mathbb{N}$)
- (۱) اگر $a^2 + b^2$ زوج باشد، آنگاه ab زوج است.
 (۲) اگر $a^2 + b^2$ زوج باشد، آنگاه ab فرد است.
 (۳) اگر $a^2 + b^2$ فرد باشد، آنگاه ab فرد است.
 (۴) اگر $a^2 + b^2$ فرد باشد، آنگاه ab زوج است.
- ۱۱۲- کدام یک از گزاره‌های زیر را می‌توان با ارائه مثال نقض رد کرد؟
- (۱) مکعب هر عدد فرد، عددی فرد است.
 (۲) میانگین هفت عدد طبیعی متوالی همان عدد وسطی است.
 (۳) اگر n یک عدد طبیعی زوج باشد، عدد $2^n + 1$ اول است.
 (۴) وارون هر عدد گنگ، عددی گنگ است.
- ۱۱۳- برای اثبات درستی گزاره شمرطی «اگر n^2 مضرب ۵ باشد، آنگاه n مضرب ۵ است» به روش برهان خلف، درستی کدام یک از گزاره‌های زیر را اثبات می‌کنیم؟ ($n \in \mathbb{N}$)
- (۱) اگر n مضرب ۵ نباشد، آنگاه n^2 مضرب ۵ نیست.
 (۲) اگر n مضرب ۵ نباشد، آنگاه n^2 مضرب ۵ است.
 (۳) اگر n مضرب ۵ باشد، آنگاه n^2 مضرب ۵ است.
 (۴) اگر n مضرب ۵ باشد، آنگاه n^2 مضرب ۵ نیست.
- ۱۱۴- اعداد کدام یک از گزینه‌های زیر مثال نقضی برای حکم «اگر a و b دو عدد گنگ و $a + b$ گویا باشد، آنگاه ab نیز گویا است» می‌باشد؟
- (۱) $\sqrt{2}$ و $-\sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{2}$ و $1 - 2\sqrt{2}$ (۳) $2 - \sqrt{3}$ و $2 + \sqrt{3}$ (۴) $2 + \sqrt{2}$ و $4 - \sqrt{2}$
- ۱۱۵- اگر اعداد صحیح x و y موجود باشند به گونه‌ای که $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ ، آنگاه کدام رابطه زیر قطعاً درست است؟
- (۱) $x + y > 0$ (۲) $x + y < 0$ (۳) $x^2 + y^2 = 0$ (۴) $(x + y)^2 = (x - y)^2$
- ۱۱۶- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آنگاه چه تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟
- الف) $x < y \Leftrightarrow x^2 < y^2$ ب) $x < y \Leftrightarrow x^3 < y^3$ پ) $x > 0 \Leftrightarrow x^3 > x^2$
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۱۷- اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه در کدام گزینه دو گزاره هم‌ارز نیستند؟
- (۱) $p: n$ زوج است. $q: (n + 1)^2$ فرد است.
 (۲) $p: n + 2$ فرد است. $q: (n - 1)^2$ زوج است.
 (۳) $p: n$ فرد است. $q: (2n + 1)^2$ فرد است.
 (۴) $p: n$ زوج است. $q: (3n + 2)^2$ زوج است.
- ۱۱۸- اگر a, b, c, d اعدادی حقیقی باشند، در اثبات نامساوی $(ac - bd)^2 \leq (a^2 - b^2)(c^2 - d^2)$ به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟
- (۱) $(ad + bc)^2 \geq 0$ (۲) $(ad - bc)^2 \geq 0$ (۳) $(ab + cd)^2 \geq 0$ (۴) $(ab - cd)^2 \geq 0$
- ۱۱۹- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟
- (۱) با استفاده از مثال نقض می‌توان درستی گزاره «مجموع دو عدد صحیح متوالی، فرد است» را رد کرد.
 (۲) با استفاده از استدلال استنتاجی می‌توان درستی گزاره «مجموع دو عدد فرد، عددی فرد است» را اثبات کرد.
 (۳) با استفاده از برهان خلف می‌توان درستی گزاره «مجموع هر سه عدد صحیح متوالی، مضرب ۳ است» را رد کرد.
 (۴) با استفاده از روش اثبات مستقیم می‌توان درستی گزاره «حاصل ضرب هر دو عدد فرد، عددی فرد است» را اثبات کرد.
- ۱۲۰- a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 اعداد طبیعی متوالی‌اند. اگر میانگین آن‌ها عددی فرد باشد، حاصل $4a_3 - a_5$ را همواره به کدام صورت می‌توان نوشت؟ ($k \in \mathbb{N}$)
- (۱) $2k - 1$ (۲) $2k - 2$ (۳) $2k - 3$ (۴) $2k + 2$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

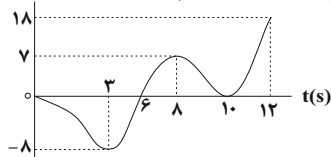
فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۱۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- در شکل زیر، مسیر حرکت متحرکی بر روی خط راست نشان داده شده است. نمودار مکان- زمان متناظر با آن کدام می‌تواند باشد؟



۱۲۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل زیر است. نسبت مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند به مدت زمانی که بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است، کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{6}$
 (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) ۱
 (۴) $\frac{2}{3}$

۱۲۳- از فاصله ۱۰۰ متری از سطح زمین گلوله‌ای را در راستای قائم به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. گلوله نسبت به محل پرتاب حداکثر ۱۵۰ متر بالا می‌رود. مسافت پیموده شده توسط گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سطح زمین چند برابر بزرگی جابه‌جایی گلوله در این مدت است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۱ (۴) ۴

۱۲۴- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 + 2t - 7$ است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در ثانیه سوم حرکت چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در ۳ ثانیه اول حرکت است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) $\frac{7}{5}$ (۴) $\frac{5}{7}$

۱۲۵- اتومبیلی فاصله بین دو شهر را که ۴۸۰km است، در مسیر رفت با تندی متوسط $30 \frac{m}{s}$ و در مسیر برگشت با تندی متوسط $54 \frac{km}{h}$ طی می‌کند. سرعت متوسط و تندی متوسط در کل مسیر رفت و برگشت، به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) صفر - ۲۰ (۲) صفر - $22/5$ (۳) $22/5$ - $22/5$ (۴) $20 - 22/5$

محل انجام محاسبات

۱۲۶- متحرکی روی محور x ها در حال حرکت است و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = 10\text{m}$ می‌گذرد. جهت حرکت متحرک به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 3\text{m}$ و $x_2 = 5\text{m}$ تغییر می‌کند. اگر کل مدت زمان حرکت برابر با 8s و تندی متوسط متحرک در کل مدت

زمان حرکت $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در این مدت زمان در SI کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $5/2$ (۴) ۴

۱۲۷- متحرکی از نقطه A به نقطه B می‌رود و بلافاصله به نقطه A برمی‌گردد. اگر تندی متوسط متحرک در کل مسیر $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

کوچک‌تر از تندی متوسط آن در مسیر رفت و اختلاف تندی متوسط متحرک در مسیر رفت و برگشت $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، مدت زمان

رفت چند برابر مدت زمان برگشت است؟

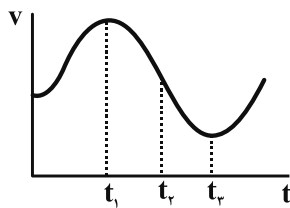
- (۱) $5/8$ (۲) $8/5$ (۳) $3/5$ (۴) $3/8$

۱۲۸- متحرکی بر روی خط راست در حال حرکت است. اگر در یک بازه زمانی معین، تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر باشند، در اینصورت الزاماً ...

(۱) جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. (۲) حرکت متحرک شتابدار است.

(۳) بردار سرعت و بردار مکان متحرک هم‌جهت هستند. (۴) جهت حرکت متحرک تغییر نکرده است.

۱۲۹- شکل زیر، نمودار $v-t$ متحرکی را که بر روی محور x ها در حال حرکت است، نشان می‌دهد. جهت بردار شتاب در سه لحظه t_1 ،



t_2 و t_3 به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) صفر، لا، صفر

(۲) \leftarrow ، لا، \rightarrow

(۳) \rightarrow ، لا، \leftarrow

(۴) \leftarrow ، لا، \rightarrow

۱۳۰- متحرکی روی محور x ها در حال حرکت است. چه تعداد از عبارات زیر در مورد این حرکت، هیچ‌گاه نمی‌تواند صحیح باشد؟

(Δx جابه‌جایی، Δv تغییرات سرعت، v_{av} سرعت متوسط و a_{av} شتاب متوسط است.)

(الف) $\Delta x > 0$ و $a_{av} < 0$ ، $v_{av} > 0$ (ب) $\Delta x < 0$ و $v_{av} > 0$ ، $\Delta v < 0$

(پ) $\Delta v > 0$ و $a_{av} < 0$ ، $\Delta x > 0$ (ت) $a_{av} > 0$ و $v_{av} < 0$ ، $\Delta v < 0$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳- تاربخچه صابون + پاکیزگی محیط: صفحه‌های ۱ تا ۱۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- پاسخ صحیح پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

الف) ویژگی مشترک سوسپانسیون‌ها و کلوئیدها چیست؟

ب) کلوئیدها و محلول‌ها از لحاظ پایداری با یکدیگر مشابه هستند یا متفاوت؟

پ) ویژگی غیرمشترک کلوئیدها و محلول‌ها چیست؟

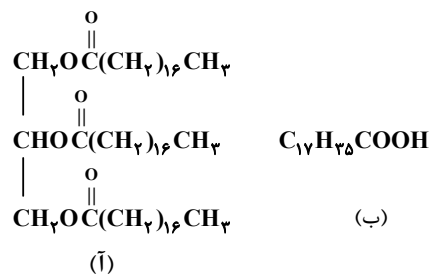
ت) اندازه ذرات کلوئیدها نسبت به محلول‌ها چگونه است؟

(۱) پخش نور - متفاوت - تفاوت در اندازه ذرات - کوچکتر

(۲) ناهمگن بودن - مشابه - رفتار در برابر نور - بزرگتر

(۳) پایداری - مشابه - همگن بودن - بزرگتر

۱۳۲- با توجه به ترکیب‌های (آ) و (ب)، عبارت کدام گزینه نادرست است؟ ($C = ۱۲, H = ۱, O = ۱۶, K = ۳۹ : g.mol^{-1}$)



(۱) به مخلوط دو ماده (آ) و (ب)، چربی گفته می‌شود.

(۲) ترکیب (آ) یک استر سه‌عاملی است که از واکنش یک الکل سه‌عاملی با سه اسید تک‌عاملی به‌دست می‌آید.

(۳) تفاوت جرم مولی ترکیب (ب) با جرم مولی الکل سازنده ترکیب (آ) برابر ۱۹۲ گرم بر مول است.

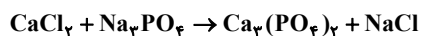
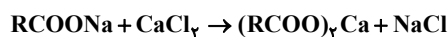
(۴) از واکنش ۸/۵۶۸ گرم از ترکیب (ب) با مقدار کافی KOH(aq) ، ۶/۱۲ گرم صابون مایع به‌دست می‌آید.

۱۳۳- از واکنش کامل ۸ گرم از یک ماده بازی با ۵۶/۸ گرم از یک اسید چرب با زنجیره آلکیل سیرشده، صابون جامد تشکیل می‌شود. کدام گزینه به ترتیب ماده بازی مورد نظر و شمار اتم‌های کربن موجود در مولکول اسید چرب را به‌درستی نشان می‌دهد؟ ($C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱, K = ۳۹, Na = ۲۳ : g.mol^{-1}$)

(۱) $۱۶, \text{KOH}$ (۲) $۱۶, \text{NaOH}$ (۳) $۱۸, \text{KOH}$ (۴) $۱۸, \text{NaOH}$

۱۳۴- مقداری صابون جامد با جرم مولی $۲۷۸ g.mol^{-1}$ به نمونه‌ای یک لیتری از آب چشمه که فقط حاوی یون‌های Ca^{2+} و فاقد یون‌های Mg^{2+} است، اضافه می‌شود. اگر جرم رسوب تولید شده ۲۷/۵ گرم باشد، غلظت ppm یون‌های کلسیم موجود در این نمونه آب چقدر است و برای حذف این یون‌ها به تقریب چند مول نمک سدیم فسفات باید به این نمونه آب اضافه شود؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

(واکنش‌ها موازنه شوند.) ($d = ۱ g.mL^{-1}, Ca = ۴۰, Na = ۲۳ : g.mol^{-1}$)



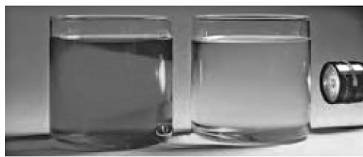
(۱) ۰/۰۳۳، ۲۰۰۰ (۲) ۰/۰۳۳، ۱۰۰۰ (۳) ۰/۰۶۶، ۲۰۰۰ (۴) ۰/۰۶۶، ۱۰۰۰

محل انجام محاسبات

- ۱۳۵- کدام موارد از مطالب بیان شده درست است؟
 (آ) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار کمی گروه هیدروکسیل ($-OH$) دارد.
 (ب) شربت معده مانند شیر، یک مخلوط ناهمگن است.
 (پ) لکه‌های سفید برجای مانده بر روی لباس پس از شستشو، ناشی از واکنش صابون با یون‌های موجود در آب سخت می‌باشد.
 (ت) قدرت پاک‌کنندگی صابون با افزایش دمای آب و افزودن آنزیم، بیشتر می‌شود.
 (۱) فقط (آ) و (پ) (۲) (آ)، (پ) و (ت) (۳) (ب)، (پ) و (ت) (۴) (ب) و (ت)

- ۱۳۶- اگر زنجیر هیدروکربنی متصل به بخش آب‌دوست یک صابون، دارای یک پیوند دوگانه و ۳۱ اتم هیدروژن باشد، حداکثر شمار اتم‌های موجود در ساختار این صابون چه عددی می‌تواند باشد و در این حالت درصد جرمی اکسیژن، به تقریب کدام است؟
 (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($Na = 23, K = 39, C = 12, O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$)

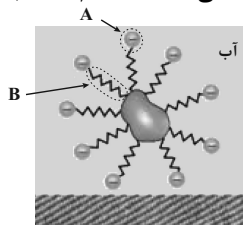
(۱) ۵۱ - ۱۱ (۲) ۵۵ - ۱۱ (۳) ۵۱ - ۱۱/۲ (۴) ۵۵ - ۱۱/۲



(II) (I)

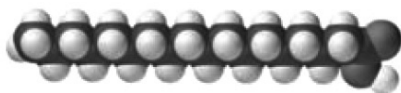
- ۱۳۷- کدام گزینه در مورد مخلوط‌های (I) و (II)، درست است؟
 (۱) شکل (I) می‌تواند مخلوط آب، روغن و صابون و شکل (II) می‌تواند مخلوطی همانند بنزین در هگزان باشد.
 (۲) ذره‌های سازنده مخلوط (II)، توده‌های مولکولی با اندازه‌های یکسان است.
 (۳) ذرات تشکیل‌دهنده مخلوط (I) در مقایسه با ذرات سازنده مخلوط (II)، بزرگتر است.
 (۴) دو مخلوط از نظر پایداری یکسان اما از نظر همگن بودن متفاوت‌اند.
 ۱۳۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) کلئیدها برخلاف سوسپانسیون‌ها پایدار هستند ولی هر دو مخلوط، نور را پخش می‌کنند.
 (۲) جزء آنیونی پاک‌کننده‌های غیرصابونی همانند پاک‌کننده‌های صابونی، از دو بخش آب‌دوست و آب‌گریز تشکیل شده است.
 (۳) هنگام شست‌وشوی لکه چربی با آب و صابون، مولکول‌های صابون مانند پلی بین مولکول‌های آب و چربی قرار می‌گیرند.
 (۴) صابون‌های آنزیم‌دار مانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی، در آب سخت به خوبی کف می‌کنند.
 ۱۳۹- با توجه به شکل زیر که نحوه پاک شدن لکه چربی یا روغن از سطح پارچه در کتاب درسی را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟



- (۱) مخلوط نشان داده شده در شکل، یک مخلوط ناهمگن و ناپایدار است.
 (۲) بین مولکول‌های روغن و بخش B، جاذبه وان‌دروالی وجود دارد.
 (۳) قسمت A بخش آب‌دوست مولکول صابون و فرمول شیمیایی آن $-COO^-$ است.
 (۴) جاذبه میان بخش A و مولکول‌های آب، از نوع یون - دوقطبی است.

- ۱۴۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟



- (آ) تمام پیوندهای کربن - کربن در روغن زیتون یگانه است.
 (ب) اتیلن‌گلیکول از جمله هیدروکربن‌های قطبی است که به دلیل داشتن دو گروه هیدروکسیل به خوبی در آب حل می‌شود.
 (پ) با توجه به مدل فضا پرکن مولکول مقابل، در ساختار آن ۸ گروه CH_2 وجود دارد.
 (ت) استرهای سنگین را می‌توان از واکنش استری شدن اسیدهای چرب و الکل‌های چندعاملی تولید کرد.
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



آزمون ۳۱ تیر ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دفترچه پاسخ

پدیدآورندگان

	نام طراحان	نام درس	
ر ف ت ن م	حسن باطنی، محمد بحیرایی، میثم بهرامی جویا، داود بوالحسینی، مهدی تک، آرمانی جلالی فرد، عادل حسینی، عادل حسینی، امیر زرانداز، علی اصغر شریفی، علی شهرابی، حمیدرضا صاحبی، حمید علیزاده، قاسم کتابچی، احسان لعل، امیر محمودیان، ابراهیم نجفی، امین نصراله، جهانبخش نیکنام، سهند ولی زاده	ریاضی پایه و حسابان ۲	
	امیر حسین ابومحبوب، سعید جعفری کافی آباد، جواد حاتمی، عادل حسینی، سیدمحمدرضا حسینی فرد، محمد خندان، مسعود درویشی، مهسا زمانی، رضا عباسی اصل، علی فتح آبادی، فرشاد فرامرزی، سینا محمدپور، زویا محمدعلی پورقهرمانی نژاد، حمیدرضا مظاهری، مهدی نیک زاد	هندسه	
	امیر حسین ابومحبوب، سعید جعفری کافی آباد، عادل حسینی، سیدمحمدرضا حسینی فرد، افشین خاصه خان، مسعود درویشی، فرشاد فرامرزی، مرتضی فهیم علوی، نوید مجیدی، مهرداد ملوندی، نیلوفر مهدوی، هومن نورانی	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	
	خسرو ارغوانی فرد، عباس اصغری، عبدالرضا امینی نسب، امیرحسین برادران، مرتضی بهجت، اسماعیل حدادی، محمدعلی راست پیمان، فرشید رسولی، امیر ستارزاده، علیرضا سلیمانی، سجاد شهرابی فراهانی، محمدرضا شیروانی زاده، سعید طاهری بروجنی، محسن قدچلر، مصطفی کیانی، حسین مخدومی، سیدعلی میرنوری، شادمان ویسی	فیزیک	
	علی امینی، احسان ابروانی، جعفر یازوکی، کامران جعفری، مسعود جعفری، ارزنگ خانلری، حمید ذبحی، امید رضوانی، مرتضی زارعی، محمدرضا زهرهوند، جواد سوری لکی، علیرضا شیخ الاسلامی پول، میلاد شیخ الاسلامی، ساجد شیرینی، رسول عابدینی زواره، محمد عظیمیان زواره، حسن عیسی زاده، محمد فائز نیا، سیدمحمدرضا میرقائم، حسین ناصری ثانی، سیدرحیم هاشمی دهکردی، سیدحسن هاشمی، اکبر هنرمند	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش	یاسر راش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروف نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱.۶۴۶۳

حسابان ۱

۱- گزینه «۲»

(سراسری ریاضی ۹۳)

$$S_n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99\dots9}_{n \text{ تا}}$$

می نویسیم:

$$\Rightarrow S_n = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^n - 1)$$

با مرتب کردن عبارت داریم:

$$S_n = \underbrace{(10 + 10^2 + \dots + 10^n)}_{\text{مجموع جملات دنباله هندسی}} - \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_{n \text{ تا}}$$

سمت چپ مجموع جملات یک دنباله هندسی با جمله اول ۱۰ و قدرنسبت ۱۰ است.

$$S_n = \frac{10 \times (10^n - 1)}{10 - 1} - n(1) = \frac{10^{n+1} - 10}{9} - n$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۲- گزینه «۳»

(علی شورایی)

ریشه‌های معادله $2x^2 - 6x + 1 = 0$ را α و β می‌گیریم، پس:

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3 \\ P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

می‌خواهیم معادله درجه دومی بنویسیم که ریشه‌هایش α^2 و β^2 باشد.

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله جدید را حساب می‌کنیم:

$$S' = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

$$P' = \alpha^2\beta^2 = (\alpha\beta)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

پس معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + \frac{1}{4} = 0$$

با ضرب طرفین تساوی در عدد ۴ داریم:

$$\begin{array}{c} 4x^2 - 32x + 1 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ k \quad m \end{array}$$

$$\Rightarrow k + m = 4 + (-32) = -28$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(میثم بهرامی بویا)

۳- گزینه «۳»

$$x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{x=\beta} \beta^2 - \beta - 1 = 0 \Rightarrow \beta^2 = \beta + 1$$

$$\Rightarrow \beta^4 = \beta^2 + 2\beta + 1 \xrightarrow{\beta^2=\beta+1} \beta^4 = 2\beta + 2$$

$$\beta^4 (2\alpha + 2) = (2\beta + 2)(2\alpha + 2) = 4\alpha\beta + 4(\alpha + \beta) + 4$$

$$\xrightarrow{\substack{\alpha\beta=-1 \\ \alpha+\beta=1}} 4(-1) + 4(1) + 4 = 1$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۷ تا ۹)

(میثم بهرامی بویا)

۴- گزینه «۱»

$$\frac{2}{x} = \frac{x+a}{x+2} + 1 \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{2x+a+2}{x+2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + ax + 2x = 2x + 4$$

$$\Rightarrow 2x^2 + ax - 4 = 0, S = 2P \Rightarrow \frac{-a}{2} = 2 \times \frac{-4}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-a}{2} = -4 \Rightarrow a = 8$$

توجه کنید که به ازای $a = 8$ ، جواب معادله $x = 0$ یا $x = -2$ نمی‌شود.

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(سراسری انسانی ۹۳)

۵- گزینه «۱»

۲۰ کیلوگرم از محلول اولیه، شکر و ۸۰ کیلوگرم آن آب است. اگر نیمی از

آب را تبخیر کنیم، ۴۰ کیلوگرم آب باقی می‌ماند. اگر x کیلوگرم شکر به

آن اضافه کنیم، جرم شکر $20 + x$ کیلوگرم و جرم محلول $60 + x$

کیلوگرم خواهد بود.

$$\frac{20+x}{60+x} = \frac{40}{100} \Rightarrow \frac{20+x}{60+x} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow 100 + 5x = 120 + 2x \Rightarrow 3x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{3} \text{ کیلوگرم}$$

(حسابان ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

$$= \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{2})}{\sqrt{5}} = 2 + \sqrt{2}$$

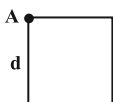
(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

(تاسم کتابی)

۹- گزینه «۳»

ضلع داده شده از رأس A عبور نکرده است، پس طول ضلع مربع برابر با

فاصله رأس A از خط مذکور است:



$$3x + 4y - 1 = 0$$

$$d = \frac{|3 + 4 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{6}{5} = 1.2$$

$$مساحت مربع = d^2 = 1.44$$

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه ۳۳)

(ابراهیم نیفی)

۱۰- گزینه «۱»

$$3x + 4y + 3 = 0 \Rightarrow 4y = -3x - 3 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$$

شیب خط برابر $-\frac{3}{4}$ است و شیب خطی که بر این خط عمود باشد به صورت

$$m \times m' = -1 \Rightarrow \left(-\frac{3}{4}\right) \times m' = -1 \Rightarrow m' = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{4}{3} \xrightarrow{y = m'x + b'} y = \frac{4}{3}x + b'$$

$$\Rightarrow 3y - 4x - b = 0, O(0,0) \Rightarrow d = \frac{|3(0) - 4(0) - b|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-b|}{5}$$

$$\frac{d = \frac{2}{5}}{\frac{2}{5}} \rightarrow \frac{|-b|}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow |-b| = 2 \Rightarrow |b| = 2$$

$$\Rightarrow b = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} 3y - 4x - 2 = 0 \\ 3y - 4x + 2 = 0 \end{cases}$$

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

(حسن باطنی)

۶- گزینه «۳»

با فرض $t = \sqrt{x^2 - 6x - 6}$ و جای گذاری آن در معادله صورت سؤال داریم:

$$t^2 - 8t + 7 = (t-1)(t-7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 6x - 6} = 1 \Rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \\ \Rightarrow (x-7)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1, x = 7 \\ t = 7 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 6x - 6} = 7 \Rightarrow x^2 - 6x - 55 = 0 \\ \Rightarrow (x-11)(x+5) = 0 \Rightarrow x = 11, x = -5 \end{cases}$$

هر چهار ریشه در معادله صدق می‌کنند.

$$مجموع ریشه‌ها = (-1) + 7 + 11 + (-5) = 12$$

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

(عادل حسینی)

۷- گزینه «۴»

$$|2x+1| + |2a-1| = 2 \Rightarrow |2x+1| = 2 - |2a-1|$$

شرط آن که معادله فوق جواب نداشته باشد، این است که عبارت سمت

راست منفی باشد:

$$2 - |2a-1| < 0 \Rightarrow 2 < |2a-1|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a-1 > 2 \Rightarrow a > \frac{3}{2} \\ 2a-1 < -2 \Rightarrow a < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب برابر با $\mathbb{R} - \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

(جوانبش نیکنام)

۸- گزینه «۲»

ابتدا مقدار m و سپس طول اضلاع را حساب می‌کنیم.

$$AB = AC \Rightarrow \sqrt{4 + (m-2)^2} = \sqrt{1 + (m-1)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4 + m^2 - 4m + 4 = 1 + m^2 - 2m + 1$$

$$\Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow AB = AC = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \frac{\text{محیط}}{\text{طول ساق}} = \frac{2\sqrt{5} + \sqrt{10}}{\sqrt{5}}$$

هندسه ۲

گزینه ۲» ۱۱-

(سیرممد رضا حسینی فردر)

در دایره‌ای به شعاع R، طول کمان روبه‌رو به زاویه α درجه، برابر

$$l = \frac{\pi R \alpha}{180}$$

مقابل آنها می‌باشد و داریم:

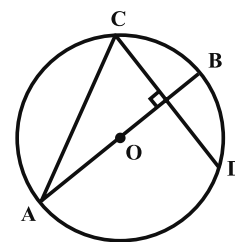
$$\frac{90^\circ}{120^\circ} = \frac{l}{4\pi} \Rightarrow l = 3\pi$$

(هنر سه ۲- دایره، صفحه ۱۲)

گزینه ۳» ۱۲-

(فرشاد خرامرزی)

قطر عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان نظیر آن را نصف می‌کند. در نتیجه:



$$\widehat{BC} = \widehat{BD} \Rightarrow 2x + 10 = 3x - 5 \Rightarrow x = 15^\circ$$

$$\widehat{BD} = 2(15^\circ) - 5^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{140^\circ}{2} = 70^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه ۱۳)

گزینه ۴» ۱۳-

(رضا عباسی اصل)

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

$$115^\circ = \frac{\widehat{BC} + \widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{BC} + \widehat{AD} = 230^\circ \xrightarrow{\widehat{BC} = \widehat{AB}}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AD} = 230^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 230^\circ$$

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(مهمد رضا حسینی فردر)

گزینه ۱» ۱۴-

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BT}}{2} \Rightarrow \widehat{BT} = 2\hat{A}$$

$$AT = AB \Rightarrow \widehat{AT} = \widehat{AB} = \frac{36^\circ - 2\hat{A}}{2} = 18^\circ - \hat{A}$$

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AT} - \widehat{BT}}{2} \Rightarrow 51^\circ = \frac{(18^\circ - \hat{A}) - 2\hat{A}}{2}$$

$$\Rightarrow 102^\circ = 18^\circ - 3\hat{A}$$

$$\Rightarrow 3\hat{A} = 78^\circ \Rightarrow \hat{A} = 26^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه ۲» ۱۵-

(امیر حسین ابومشوب)

$$BD \text{ نیمساز زاویه } B \text{ است.} \Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{CBD} \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{DC}$$

$$\hat{BAD} - \hat{ABD} = \frac{\widehat{BCD}}{2} - \frac{\widehat{AD}}{2} = \left(\frac{\widehat{BC}}{2} + \frac{\widehat{CD}}{2}\right) - \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 50^\circ$$

$$\text{توجه کنید که طبق فرض } \hat{BAC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = 50^\circ \text{ است.}$$

(هنر سه ۲- دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

گزینه ۲» ۱۶-

(مهمد قنران)

با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

$$\begin{cases} MN^2 = MB \times MA \Rightarrow \left(\frac{MN}{PQ}\right)^2 = \frac{3 \times (x+3)}{1 \times (x+1)} \\ PQ^2 = PA \times PB \end{cases}$$

$$\xrightarrow{MN=2PQ} 4 = \frac{3x+9}{x+1} \Rightarrow 4x+4 = 3x+9 \Rightarrow x = 5$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

$$\hat{M} = \frac{\widehat{APB} - \widehat{ANB}}{2} = 30^\circ \Rightarrow x - y = 60^\circ$$

از طرفی مجموع دو کمان \widehat{APB} و \widehat{ANB} برابر محیط دایره است، پس

داریم:

$$\begin{cases} x + y = 360^\circ \\ x - y = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 210^\circ \\ y = 150^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{210^\circ}{150^\circ} = \frac{7}{5}$$

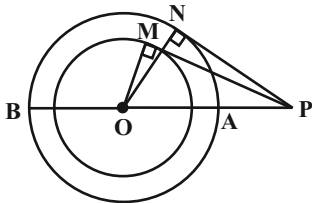
(هندسه ۲ - دایره: صفحه ۱۶)

(مسعود «رویشی»)

۲۰ - گزینه «۴»

از نقطه P به مرکز دو دایره وصل می‌کنیم تا دایره بزرگ‌تر را مطابق شکل

در در نقاط A و B قطع کند. داریم:



$$\begin{aligned} \triangle OPM: OP^2 &= OM^2 + PM^2 = 9 + 27 = 36 \Rightarrow OP = 6 \\ \Rightarrow \begin{cases} PA = OP - OA = 6 - 4 = 2 \\ PB = OP + OB = 6 + 4 = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

طبق روابط طولی برای دایره بزرگ‌تر داریم:

$$PN^2 = PA \times PB = 2 \times 10 = 20 \Rightarrow PN = 2\sqrt{5}$$

روش دوم:

$$\triangle OMP: OP^2 = OM^2 + PM^2 = 9 + 27 = 36$$

$$\triangle ONP: PN^2 = OP^2 - ON^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow PN = 2\sqrt{5}$$

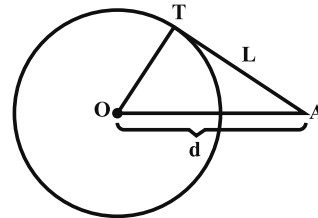
(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۸ و ۲۰)

(سعید یعقوبی کاشی آباد)

۱۷ - گزینه «۴»

اگر فاصله نقطه A از مرکز دایره را d در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$d^2 = r^2 + L^2 = r^2 + \frac{16}{9}r^2 \Rightarrow d = \frac{5}{3}r$$



کم‌ترین فاصله نقطه A از محیط دایره برابر است با:

$$d - r = \frac{5}{3}r - r = \frac{2}{3}r = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}L = \frac{1}{2}L$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(علی فتح آبادی)

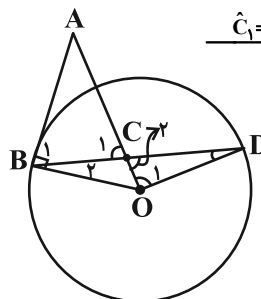
۱۸ - گزینه «۱»

شکل مورد نظر سؤال را رسم می‌کنیم.

$$OB = OD = r \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{D}$$

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_r = 90^\circ \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{C}_1} \hat{C}_1 + \hat{D} = 90^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{C}_2 + \hat{D} = 90^\circ \rightarrow \hat{O} = 90^\circ$$



پس مثلث OCD قائم‌الزاویه است.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(سینا ممبرپور)

۱۹ - گزینه «۲»

فرض کنید $\widehat{APB} = x$ و $\widehat{ANB} = y$ باشد. داریم:

آمار و احتمال

گزینه «۳» - ۲۱

(امیرحسین ابومصوب)

در پرتاب دو تاس، تعداد اعضای فضای نمونه برابر $n(S) = ۳۶$ است. اگر A پیشامد آن باشد که مجموع اعداد رو شده برابر ۷ گردد، داریم:

$$A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

اگر x برابر ۵ باشد، احتمال مورد نظر برابر $\frac{1}{9}$ و در صورتی که x برابر ۶

یا ۸ باشد، احتمال مورد نظر برابر $\frac{5}{۳۶}$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۵ و ۶)

گزینه «۳» - ۲۲

(هومن نورائی)

گزاره «الف»: ارزش دو گزاره p و $\sim p$ ، همیشه مخالف یکدیگر است، پس ارزش ترکیب دو شرطی این دو گزاره، همواره نادرست است.

گزاره «ب»: ارزش دو گزاره p و $\sim p$ ، همیشه مخالف یکدیگر است، پس ارزش ترکیب فصلی این دو گزاره، همواره درست و در نتیجه ترکیب شرطی $(p \vee \sim p) \Rightarrow p$ به دلیل درست بودن تالی، همواره درست است.

گزاره «پ»: ارزش دو گزاره p و $\sim p$ ، همیشه مخالف یکدیگر است، پس ارزش ترکیب عطفی این دو گزاره، همواره نادرست و در نتیجه ترکیب شرطی $(p \wedge \sim p) \Rightarrow p$ به انتفای مقدم، همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

گزینه «۱» - ۲۳

(اخشن فاضله‌فان)

$$p \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim p \vee (p \vee q) \equiv (\sim p \vee p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

$$\sim q \Rightarrow q \equiv \sim(\sim q) \vee q \equiv q \vee q \equiv q$$

بنابراین ترکیب دو شرطی به صورت $T \Leftrightarrow q$ در می‌آید که ارزش آن با ارزش گزاره q یکسان است، یعنی اگر q درست باشد، دو طرف ترکیب دو شرطی ارزش یکسان داشته و در نتیجه ارزش ترکیب دو شرطی درست است و درصورتی که q نادرست باشد، دو طرف ترکیب دو شرطی دارای ارزش‌های مخالف هستند و در نتیجه ارزش ترکیب دو شرطی نادرست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

گزینه «۴» - ۲۴

(فرشاد فرامرزی)

گزاره شرطی تنها در صورتی نادرست است که مقدم آن درست و تالی آن نادرست باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} p \vee r \equiv F \Rightarrow (p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \\ (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv T \end{cases}$$

از طرفی گزاره دو شرطی در صورتی درست است که دو طرف آن هم ارزش باشند. از آنجا که $\sim p \equiv T$ ، بنابراین: $q \equiv T$ بررسی گزینه‌ها:

۱) $(p \equiv F) \wedge (q \equiv T) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F$

۲) $(q \equiv T) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv F$

۳) $(r \equiv F) \wedge (p \equiv F) \Rightarrow (r \vee p) \equiv F$

۴) $(p \equiv F) \wedge (r \equiv F) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r) \equiv T$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

گزینه «۱» - ۲۵

(مرتضی فعیم‌علوی)

نقیض گزاره « $\forall x \in A; p(x)$ » به صورت « $\exists x \in A; \sim p(x)$ » و نقیض گزاره « $p(x) \Rightarrow q(x)$ » به صورت « $p(x) \wedge \sim q(x)$ » است. در نتیجه داریم:

$$\sim(\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0) \equiv \exists x \in \mathbb{R}; x^2 > 0 \wedge x = 0$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)



۲۶- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۱»: معادله $\frac{x^2-4}{x+2} = x-2$ به ازای $x \neq -2$ و در نتیجه برای

همه اعضای مجموعه A، صحیح است. پس این گزاره سوری درست است.

گزینه «۲»:
$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \in A \\ x = -6 \end{cases}$$

در نتیجه این گزاره سوری درست است.

گزینه «۳»:

$$|3-x| < 2 \Rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow -2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

بنابراین نامساوی به ازای $x=1$ و $x=5$ برقرار نیست و در نتیجه گزاره

سوری نادرست است.

گزینه «۴»:

$$x^2 \leq x \Rightarrow x^2 - x \leq 0 \Rightarrow x(x-1) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

بنابراین نامساوی به ازای $x=1$ برقرار است و در نتیجه گزاره سوری درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۷- گزینه «۱»

(سعید یعقوبی کافی آباد)

B زیرمجموعه C نیست، چون $2 \in B$ و $2 \notin C$.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۱۹)

۲۸- گزینه «۲»

(مهردار ملونری)

اگر A یک مجموعه n عضوی باشد، آنگاه داریم:

$$\binom{n+2}{3} - \binom{n}{3} = 36 \Rightarrow \frac{(n+2)(n+1)n}{6} - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} [(n+2)(n+1) - (n-1)(n-2)] = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} (n^2 + 3n + 2 - n^2 + 3n - 2) = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n}{6} \times 6n = 36 \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

تعداد زیر مجموعه‌های دو عضوی یک مجموعه ۶ عضوی برابر است با:

$$\binom{6}{2} = 15$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۲۹- گزینه «۲»

(مرتضی فهیم‌علوی)

برای این که حاصل ضرب اعضای یکی از زیر مجموعه‌های مجموعه A،

عددی منفی باشد، آن زیر مجموعه باید شامل یک یا سه عدد منفی از اعضای

A باشد. از طرفی چنین زیرمجموعه‌ای لزوماً فاقد صفر بوده ولی می‌تواند

شامل هر یک از سه عضو دیگر مجموعه A یعنی ۱، ۲ و ۳ باشد یا نباشد.

تعداد این زیر مجموعه‌ها برابر است با:

$$\left[\binom{3}{1} + \binom{3}{3} \right] \times \binom{2}{2} = (3+1) \times 1 = 4$$

تمداد زیرمجموعه‌های مجموعه {۱، ۲، ۳}

انتخاب یک یا سه عدد منفی

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۳۰- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومحبوب)

الف) عدد صفر به هیچ کدام از دو مجموعه A و B تعلق ندارد، پس این

حالت یک افزاز برای مجموعه اعداد صحیح نیست.

ب) عدد صفر به هر دو مجموعه A و B تعلق دارد، پس این حالت یک

افراز برای مجموعه اعداد صحیح نیست.

پ) $A = \{1, 2, 3, \dots\}$

$$B = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$$

$$A \cup B = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{Z}$$

این حالت یک افزاز برای مجموعه اعداد صحیح محسوب می‌شود.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

فیزیک ۲

گزینه ۳ - ۳۱

(علیرضا سلیمانی)

با توجه به جدول اگر دو ماده خنثی B و D را به هم مالش دهیم، B الکترون از دست داده و D الکترون می‌گیرد. در این صورت بار ماده B مثبت خواهد شد. داریم:

$$q_B = +ne = 10^{15} \times 1/6 \times 10^{-19} = +1/6 \times 10^{-4} C = +160 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۳ تا ۵)

گزینه ۱ - ۳۲

(امیر ستارزاده)

با استفاده از رابطه قانون کولن، داریم:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 200 N$$

چون یکی از بارها مثبت و دیگری منفی است، نوع نیرو جاذبه می‌باشد.

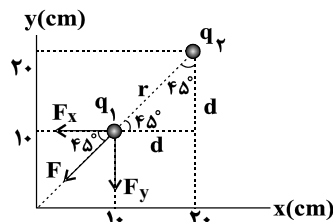
(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۴ - ۳۳

(علیرضا سلیمانی)

ابتدا فاصله بین دو ذره باردار را حساب می‌کنیم.

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \Rightarrow r = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$



اکنون با توجه به رابطه قانون کولن، مقدار نیروی وارد بر ذره q_1 را حساب می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{45}{2} N$$

با توجه به شکل مشخص می‌شود که بردارهای نیروی F_x و F_y از نظر اندازه با هم برابر هستند. در این صورت می‌توان نوشت:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2} F_x \Rightarrow F_x = F_y = \frac{45}{2\sqrt{2}} = 11/25 \sqrt{2} N$$

$$\vec{F} = -11/25 \sqrt{2} (\vec{i} + \vec{j})$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

گزینه ۲ - ۳۴

(فسرو ارغوانی غرر)

برایند میدان‌های الکتریکی دو بار در نقطه O برابر E است.

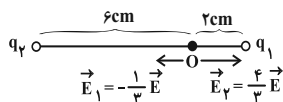
$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}$$

با حذف بار q_1 ، فقط میدان q_2 در این نقطه می‌ماند و خواهیم داشت:

$$\vec{E}_2 = \frac{4}{3} \vec{E}$$

با حل دو معادله فوق در یک دستگاه خواهیم داشت:

$$\vec{E}_1 + \frac{4}{3} \vec{E} = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = -\frac{\vec{E}}{3}$$



همان‌طور که از شکل پیداست هر دو بار q_1 و q_2 ، بار آزمون واقع در نقطه

O را دفع کرده‌اند پس هم‌نامند و در نتیجه $\frac{q_2}{q_1} > 0$ است.

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_1}{E_2} &= \frac{\frac{1}{3} E}{\frac{4}{3} E} = \frac{1}{4} \\ \frac{E_1}{E_2} &= \frac{k |q_1|}{k |q_2|} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{9} \frac{|q_2|}{|q_1|} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 36$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

گزینه ۱ - ۳۵

(امیرمسین براران)

با توجه به رابطه میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q داریم:

$$E = k \frac{|q|}{d^2} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2$$

$$\frac{d' = d + 3 \text{ cm}}{E' = E - 0.51 E = 0.49 E} \Rightarrow \frac{49}{100} = \left(\frac{d}{d + 3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{d}{d + 3} \Rightarrow 7d + 21 = 10d \Rightarrow d = \frac{21}{3} = 7 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

۳۶- گزینه «۲»

(سیدعلی میرنوری)

با توجه به این که $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ است، باید خطوط میدان الکتریکی از بار q_1 دور (خارج) شود و به سمت بار q_2 باشد که تا اینجا گزینه‌های «۲» و «۴» می‌توانند صحیح باشند، از طرفی چون $|q_1| > |q_2|$ است، تراکم خطوط میدان در نزدیکی بار q_1 بیش‌تر از بار q_2 است و در نتیجه بین دو گزینه «۲» و «۴»، فقط گزینه «۲» دارای این شرایط است.

(فیزیک ۲- الکترواستاتیکی ساکن، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۳۷- گزینه «۱»

(مهمرضا شیروانی‌زاده)

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q\Delta V \Rightarrow \Delta U = 3 \times 10^{-6} \times (22 - 12)$$

$$\Rightarrow \Delta U = 3 \times 10^{-5} \text{ J}$$

$$\Delta U = -\Delta K \Rightarrow \Delta K = -3 \times 10^{-5} \text{ J}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow -3 \times 10^{-5} = K_2 - 4 \times 10^{-4}$$

$$K_2 = 37 \times 10^{-5} \text{ J} = 0.37 \text{ mJ}$$

(فیزیک ۲- الکترواستاتیکی ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۶)

۳۸- گزینه «۲»

(فرشید رسولی)

طبق رابطه $|\Delta V| = E d$ ، اندازه اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت با فاصله بین آن‌ها نسبت مستقیم دارد.

$$\left. \begin{aligned} \frac{|\Delta V|}{d} &= \frac{|\Delta V_{AB}|}{d_{AB}} \\ d_{AB} &= d - \left(\frac{d}{4} + \frac{d}{3} \right) = \frac{5d}{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{120}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{\frac{5d}{12}}$$

$$\Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 50 \text{ V}$$

چون نقطه A به صفحه با بار مثبت نزدیک‌تر است $V_A > V_B$ است و

$$V_B - V_A = -50 \text{ V}$$

نتیجه می‌گیریم:

(فیزیک ۲- الکترواستاتیکی ساکن، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۳۹- گزینه «۲»

(مسطقی کیانی)

الف) درست

ب) درست

پ) نادرست، پتانسیل الکتریکی تمام نقاط درون جسم رسانای باردار منزوی با هم برابر است، اما الزاماً صفر نیست.

ت) نادرست، در شرایط تعادل الکترواستاتیکی، همه نقاط یک جسم رسانای باردار پتانسیل یکسانی دارند و به شکل جسم بستگی ندارد.

بنابراین، ۲ عبارت درست است.

(فیزیک ۲- الکترواستاتیکی ساکن، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۴۰- گزینه «۱»

(سیدعلی میرنوری)

در ابتدا، نسبت چگالی سطحی بار کره‌ها را می‌یابیم.

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \xrightarrow{\text{یکسان: } Q} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{1}{4} \quad (*)$$

از طرفی

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 0.15 \quad (**)$$

در نهایت داریم:

$$\xrightarrow{\begin{matrix} (*) \\ (**) \end{matrix}} \left\{ \begin{aligned} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} &= \frac{1}{4} \\ \sigma_1 - \sigma_2 &= 0.15 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \sigma_1 &= 0.2 \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \\ \sigma_2 &= 0.05 \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \end{aligned} \right.$$

چون بار الکتریکی توزیع شده روی سطح کره‌ها یکسان است، چگالی سطحی

بار الکتریکی کره بزرگتر، کمتر از دیگری است. پس:

$$\sigma_2 = 0.05 \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲- الکترواستاتیکی ساکن، صفحه‌های ۲۹ و ۳۰)

شیمی ۲

گزینه ۳» ۴۱-

(مهمر رضا زهره‌وند)

سیلیسیم و ژرمانیم هر دو به عنوان شبه فلز رسانایی الکتریکی و گرمایی کمی دارند.
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۴، ۶، ۷ و ۹)

گزینه ۲» ۴۲-

(مهمر عظیمیان‌نواره)

همه عبارت‌ها درست هستند.

بررسی موارد:

(آ) شعاع اتمی ${}_{35}\text{Br}$ از ${}_{17}\text{Cl}$ بزرگ‌تر است. زیرا در هر گروه با افزایش عدد اتمی شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

(ب) بیشترین تفاوت شعاع اتمی دو عنصر متوالی در این دوره، مربوط به C و D می‌باشد.

(پ) در هر دوره با افزایش عدد اتمی خصلت فلزی کاهش می‌یابد.

(ت) $A({}_{11}\text{Na})$ و $G({}_{17}\text{Cl})$ می‌باشد که NaCl را تشکیل می‌دهند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه ۴» ۴۳-

(اکبر هنرمند)

از معادله واکنش می‌توان نتیجه گرفت: A یک فلز قلیایی است. (جامد - تک‌اتمی - دارای یون پایدار $(+1)$ و B می‌تواند یون $(+2)$ یا $(+3)$ تشکیل دهد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: فلزهای گروه ۱ از فلزهای هم دوره خود در سایر گروه‌ها واکنش‌پذیری بیش‌تری دارند.

گزینه «۲»: در هر دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

گزینه «۳»: جرم مولی فلز B از A بیشتر است. بنابراین فرآورده احتمالی BCl_3 یا BCl_4 جرم بیشتری نسبت به ACl دارد.

گزینه «۴»: در جرم‌های برابر، شمار مول A بیشتر است. (به دلیل جرم مولی کمتر) اما با توجه به معادله واکنش A و B با Cl_2 می‌توان دریافت حجم

Cl_2 در واکنش با B بیشتر است. به ازای ۱g از هر فلز داریم:

$$2A + \text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{ACl} \quad V_{\text{Cl}_2} = \frac{22/4L}{2M_A}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{BCl}_2 \quad V_{\text{Cl}_2} = \frac{22/4L}{M_B} \\ 2B + 3\text{Cl}_2 \rightarrow 2\text{BCl}_3 \quad V_{\text{Cl}_2} = \frac{22/4 \times 1/5L}{M_B} \end{array} \right.$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

گزینه ۳» ۴۴-

(کامران یعقوبی)

موارد (آ)، (ب) و (ت) درست هستند.

عناصر داده شده به ترتیب $E = {}_{82}\text{Pb}$, $D = {}_{50}\text{Sn}$, $C = {}_{32}\text{Ge}$, $B = {}_{14}\text{Si}$, $A = {}_6\text{C}$ می‌باشند. بررسی موارد:

(آ) Si همانند Sn هم رسانایی گرمایی و هم رسانایی الکتریکی دارد.

(ب) کربن همانند Pb در لایه ظرفیت خود به np^2 ختم می‌شود.

(پ) Ge مانند عنصرهای C و Si در اثر ضربه خرد می‌شود.

(ت) Sn در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد و کربن در واکنش‌های خود الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۶ تا ۹)

گزینه ۲» ۴۵-

(ساجد شیری)

عبارت‌های دوم و چهارم نادرست‌اند.

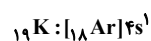
بررسی موارد:

عبارت اول) ابتدا با کاهش خصلت فلزی، واکنش‌پذیری کاهش می‌یابد و سپس با افزایش خصلت نافلزی واکنش‌پذیری افزایش می‌یابد.

عبارت دوم) در دوره سوم، چهار عنصر Si، P، S و Cl می‌توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

عبارت سوم) Cl_4 و S مطابق شکل کتاب درسی، به رنگ زرد وجود دارند.

عبارت چهارم) در آرایش الکترونی عناصر K، Mn، Cu و As یک زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد:



دقت کنید که اتم عنصر ${}_{24}\text{Cr}$ دو زیرلایه نیمه‌پر دارد:



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۶ تا ۸، ۱۵ و ۱۶)

۴۶- گزینه «۳»

(سید حسن هاشمی)

عنصر مشخص شده ژرمانیم با نماد Ge است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: شبه‌فلزی با آرایش الکترونی لایه ظرفیت $4s^2 4p^2$ است.

گزینه «۲»: ژرمانیم شبه فلز است و الکترون به اشتراک می‌گذارد. اما عنصر زیرین آن قلع است که الکترون از دست می‌دهد.

گزینه «۳»: طبق بیان شکل کتاب یازدهم، ژرمانیم رسانایی الکتریکی کمی دارد و سبک‌ترین شبه‌فلز این گروه هم سیلیسیم است که رسانایی الکتریکی کمی دارد.

گزینه «۴»: همانند سیلیسیم نه برخلاف آن.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۶ تا ۹)

۴۷- گزینه «۲»

(مهمر فائزینیا)

دوره دوم بیش‌ترین تعداد نافلز را دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با پیمایش این دوره از راست به چپ شعاع اتمی افزایش می‌یابد.

گزینه «۳»: عنصرهای (سدیم، منیزیم، آلومینیم و سیلیسیم) دارای رسانایی الکتریکی و عنصرهای (فسفر، گوگرد، کلر و آرگون) فاقد سطح براق و صیقلی هستند.

گزینه «۴»: در دما و فشار اتاق، تنها عنصر کلر به صورت مولکول‌های دو اتمی وجود دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۷ و ۸)

۴۸- گزینه «۲»

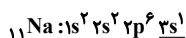
(مهمیر زینی)

عبارت اول نادرست است. هرچه شعاع اتمی هالوژن بیشتر باشد، واکنش‌پذیری آن کاهش می‌یابد و دمای لازم برای واکنش آن با گاز هیدروژن افزایش می‌یابد.

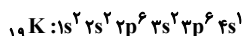
عبارت دوم درست است. اختلاف شعاع اتمی Al و Si از اختلاف شعاع اتمی سایر عناصر متوالی دوره سوم بیشتر است.

عبارت سوم درست است.

$$3Li:1s^2 2s^1 \Rightarrow \text{مجموع } l+n = [(2+0) \times 3] = 2$$



$$\Rightarrow \text{مجموع } l+n = [(3+0) \times 1] = 3$$



$$\Rightarrow \text{مجموع } l+n = [(4+0) \times 1] = 4$$

عبارت چهارم نادرست است. نمودار روند تغییر خصلت نافلزی در یک گروه را نشان می‌دهد، در هر گروه از بالا به پایین خصلت نافلزی کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴۹- گزینه «۳»

(مسعود یعقوبی)

جرم نمونه ناخالص منیزیم‌اکسید با درصد خلوص ۲۹٪ را x گرم در نظر می‌گیریم:

$$100 \times \frac{\text{جرم MgO خالص}}{\text{جرم کل مواد ناخالص}} = \text{درصد خلوص نهایی}$$

$$\Rightarrow 50 = \frac{(120 \times \frac{57}{100}) + (x \times \frac{29}{100})}{120 + x} \times 100 \Rightarrow x = 40g$$

$$\text{جرم MgO خالص در نمونه نهایی ناخالص} = (120 \times \frac{57}{100})$$

$$+ (40 \times \frac{29}{100}) = 80g MgO$$

$$? Ion = 80g MgO \times \frac{1 mol MgO}{40g MgO} \times \frac{2 mol Ion}{1 mol MgO}$$

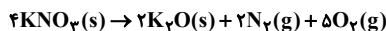
$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} Ion}{1 mol Ion} = 2.4 \times 10^{24} Ion$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۵۰- گزینه «۴»

(یعقوب پازوکی)

معادله موازنه شده به صورت زیر است:



کاهش جرم در واکنش مربوط به گازهای N_2 و O_2 است.

$$?g \text{ O}_2 = 30 / 2g KNO_3 \times \frac{\text{خالص } xg KNO_3}{\text{ناخالص } 100g KNO_3}$$

$$\times \frac{1 mol KNO_3}{101g KNO_3} \times \frac{5 mol O_2}{4 mol KNO_3} \times \frac{32g O_2}{1 mol O_2} \approx (0.12x)g O_2$$

$$?g N_2 = 30 / 2g KNO_3 \times \frac{\text{خالص } xg KNO_3}{\text{ناخالص } 100g KNO_3}$$

$$\times \frac{1 mol KNO_3}{101g KNO_3} \times \frac{2 mol N_2}{4 mol KNO_3} \times \frac{28g N_2}{1 mol N_2} \approx (0.042x)g N_2$$

$$0.12x + 0.042x = 12 / 15 \Rightarrow x = 75$$

$$\text{درصد ناخالصی} = 100 - 75 = 25\%$$

$$\text{خالص } 75g KNO_3 \times \frac{30 / 2g KNO_3}{\text{ناخالص } 100g KNO_3}$$

$$\times \frac{1 mol KNO_3}{101g KNO_3} \times \frac{5 mol O_2}{4 mol KNO_3} \times \frac{22 / 4 LO_2}{1 mol O_2} = 6 / 3 LO_2$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم، صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

ریاضی ۱

تعداد دانش آموزانی که در رشته‌های فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند، برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= ۳۲ + ۲۵ - ۵ = ۵۲$$

$$n(A \cup B) + n(A' \cap B') = ۵۲ + ۵ = ۵۷$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(سپندر ولی‌زاده)

گزینه «۱» -۵۴

$$a_n = kn + c \Rightarrow \text{جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدر نسبت } k$$

$$a_n = 5n + c \Rightarrow \text{جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدر نسبت } 5$$

$$(3a - b)n^2 + (a + 7)n + b = 5n + c$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 5 & c \end{matrix}$$

$$a + 7 = 5 \Rightarrow a = -2$$

$$3a - b = 0 \Rightarrow -6 - b = 0 \Rightarrow b = -6$$

$$\Rightarrow a_n = 5n - 6$$

$$a_n = 29 \Rightarrow 5n - 6 = 29 \Rightarrow 5n = 35 \Rightarrow n = 7$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(امین نصراله)

گزینه «۳» -۵۵

$$A_1 = (-1, \frac{1}{10}) \quad A_2 = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{9}) \quad \dots \quad A_{10} = (-\frac{1}{10}, 1)$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}) = (a, b)$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{10} - (-\frac{1}{10}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

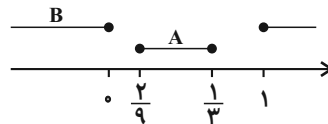
(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵)

(امیر زانروز)

گزینه «۲» -۵۱

$$\frac{x}{2} \leq 5x - 1 \leq 2x \xrightarrow{-x} x \leq 10x - 2 \leq 4x \Rightarrow \begin{cases} 10x - 2 \geq x \\ 10x - 2 \leq 4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x \geq 2 \Rightarrow x \geq \frac{2}{9} \\ 6x \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{2}{9} \leq x \leq \frac{1}{3} \Rightarrow A = \left[\frac{2}{9}, \frac{1}{3} \right]$$



$$\Rightarrow (A \cup B)' = (0, \frac{2}{9}) \cup (\frac{1}{3}, 1)$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۹)

(مهمرب بفرایی)

گزینه «۲» -۵۲

$$\begin{cases} n(U) = 50 \\ n(A') = 22 \end{cases} \Rightarrow n(A) = 50 - 22 = 28$$

$$n(B) = \frac{1}{2} n(A) \Rightarrow n(B) = \frac{28}{2} = 14$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 20 = 28 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 8$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 28 + 14 - 8 = 34$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

(امسان لعل)

گزینه «۱» -۵۳

$$\text{والیبالها: } A \Rightarrow n(A) = 32$$

$$\text{فوتبالیها: } B \Rightarrow n(B) = 20 + 5 = 25$$

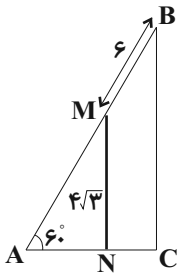
$$\text{هر دو رشته: } A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$= 3\sqrt{3} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(عمید علیزاده)

گزینه «۲» -۵۹



$$\Delta AMN \begin{cases} \sin 6^\circ = \frac{MN}{AM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{AM} \Rightarrow AM = 8 \\ \tan 6^\circ = \frac{MN}{AN} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{AN} \Rightarrow AN = 4 \end{cases}$$

$$\Delta ABC : \cos 6^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{6+8}$$

$$\Rightarrow AC = 7 \Rightarrow NC = 7 - 4 = 3$$

(ریاضی ۱- مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(عمیدرضا صامعی)

گزینه «۱» -۶۰

کوچک‌ترین زاویه مثلث، روبه‌رو به کوچک‌ترین ضلع مثلث است، بنابراین داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$56 = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} \times 14 \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

کوچک‌ترین زاویه مثلث است $\hat{A} = 45^\circ$

(ریاضی ۱- مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(امیر زراندوز)

گزینه «۲» -۵۶

$$a_n < 0 \Rightarrow a_1 + (n-1)d < 0 \Rightarrow -2000 + (n-1)(3) < 0$$

$$\Rightarrow -2000 + 3n - 3 < 0 \Rightarrow 3n < 2003$$

$$\Rightarrow n < \frac{2003}{3} \Rightarrow n < 667 \frac{2}{3}$$

پس در این دنباله، ۶۶۷ جمله منفی وجود دارد.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(امیر مسموریان)

گزینه «۴» -۵۷

$$\begin{cases} t_1 + t_r = -24 \Rightarrow t_1 + t_1 r = -24 \\ t_r + t_f = -6 \Rightarrow t_1 r^2 + t_1 r^3 = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{t_1 r^2 + t_1 r^3}{t_1 + t_1 r} = \frac{-6}{-24} \Rightarrow \frac{t_1 r^2(1+r)}{t_1(1+r)} = \frac{6}{24}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{1}{2} \\ \text{یا} \\ r = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$r = -\frac{1}{2}$$

قدرنسبت منفی است، پس:

$$t_1 - \frac{t_1}{2} = -24 \Rightarrow \frac{t_1}{2} = -24 \Rightarrow t_1 = -48$$

دنباله به صورت ... و ۶ و -۱۲ و ۲۴ و -۴۸ است.

$$t_{10} = t_1 r^9 = -48 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^9 = 48 \times \frac{1}{512} = \frac{3}{32}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

(مهری تک)

گزینه «۳» -۵۸

$$A = 3 \tan 6^\circ - \sin^2 45^\circ + \frac{\tan 6^\circ - \tan 3^\circ}{1 + \tan 6^\circ \tan 3^\circ}$$



هندسه ۱

۶۱- گزینه «۱»

(عمیدرضا مظاهری)

نقیض گزاره: «یک چهارضلعی وجود دارد که دو قطر آن برابر نیستند.»
به صورت «چنین نیست که چهارضلعی ای وجود داشته باشد که دو قطر آن برابر نباشند.» یا معادل آن «همه چهارضلعی‌ها دو قطر برابر دارند.» می‌باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه ۲۳)

۶۲- گزینه «۴»

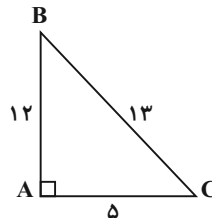
(مهسا زمانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مثلثی با زوایای 90° ، 75° و 15° در نظر بگیرید.

گزینه «۲»: اگر $n = 41$ باشد، $n^2 + n + 41$ عدد اول نخواهد شد.

گزینه «۳»: در مثلث قائم‌الزاویه زیر، ارتفاع وارد بر AC ، از ضلع AC بزرگتر است.



(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۶۳- گزینه «۴»

(فرشاد خرامرزی)

عکس قضیه به صورت زیر است:

در مثلث ABC ، اگر $\hat{C} > \hat{B}$ باشد، آنگاه $AB > AC$ است.

در اثبات با استفاده از برهان خلف، فرض خلف، نقیض حکم می‌باشد.

$AB \leq AC$: نقیض حکم (فرض خلف) $\Rightarrow AB > AC$: حکم

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه ۲۴)

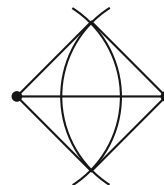
۶۴- گزینه «۳»

(فرشاد خرامرزی)

طبق تمرین ۳ صفحه ۱۶ کتاب درسی، با داشتن

اندازه‌های یک ضلع و یک قطر لوزی، می‌توان آن را

به‌طور منحصر به فرد رسم کرد.



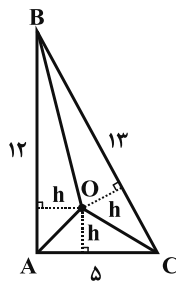
ابتدا پاره‌خطی به اندازه طول قطر داده شده رسم می‌کنیم. سپس از دو سر قطر، دو کمان به شعاع طول ضلع لوزی رسم کرده و نقاط برخورد دو کمان را به دو سر قطر وصل می‌کنیم.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۶۵- گزینه «۲»

(عارل عسینی)

در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، داریم: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = 13$



محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث، از سه ضلع آن فاصله یکسانی دارد. این

فاصله را h می‌نامیم. داریم:

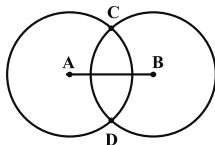
$$S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{12h}{2} + \frac{5h}{2} + \frac{13h}{2} = \frac{12 \times 5}{2} \Rightarrow 15h = 30 \Rightarrow h = 2$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۶۶- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)



مطابق شکل، دو دایره یکی به مرکز A و به شعاع R_1 و دیگری به مرکز B و به

شعاع R_2 رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع کنند. داریم:

(۱) روی عمودمنصف CD است $\Rightarrow AC = AD = R_1$

(۲) روی عمودمنصف CD است $\Rightarrow BC = BD = R_2$

خط گذرنده از نقاط A و B ، عمودمنصف CD است $\Rightarrow (۱), (۲)$

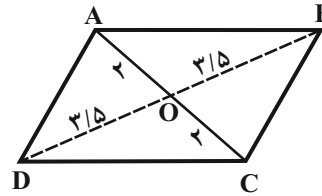
بنابراین هر نقطه واقع بر پاره‌خط AB ، از نقاط C و D به یک فاصله است.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۶۷- گزینه «۴»

(سیر ممد رضا حسینی فرد)

اگر شکل زیر یک متوازی‌الاضلاع با قطرهای ۴ و ۷ باشد، با استفاده از نامساوی مثلثی در مثلث AOB داریم:



$$3/5 - 2 < AB < 3/5 + 2 \Rightarrow 1/5 < AB < 5/5$$

پس طول ضلع این متوازی‌الاضلاع نمی‌تواند برابر ۶ باشد. در گزینه «۱» اگر

ضلع مربع a باشد قطر آن $a\sqrt{2}$ است و $a = \frac{2}{\sqrt{2}+1}$ بدست می‌آید که

مربع قابل رسم است.

در گزینه «۲» طول قطرهای لوزی هر عدد مثبتی می‌تواند باشد و محدودیتی

ندارد. در گزینه «۳» با کمک قضیه فیثاغورس، طول ضلع دیگر مستطیل

$\sqrt{221}$ به دست می‌آید و مستطیل قابل رسم است.

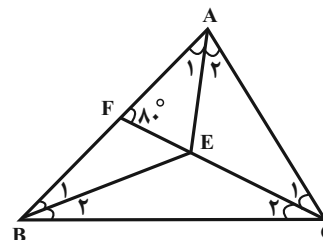
(هنر سه ا: ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۶۸- گزینه «۲»

(مهری نیک‌زار)

با توجه به شکل AE، BE و CE نیمساز زوایای داخلی مثلث

ABC هستند. داریم:



$$\hat{A} = 2\hat{A}_F = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Delta ACF: \hat{C}_1 + 60^\circ + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 2\hat{C}_1 = 80^\circ$$

$$\Delta ABC: \hat{B} = 180^\circ - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = \alpha = 20^\circ$$

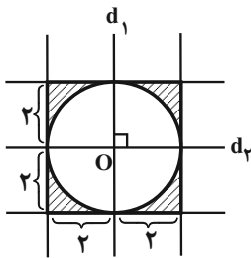
(هنر سه ا: ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۶۹- گزینه «۳»

(فرشاد فرامرزی)

نقطی که از یک خط داده شده به فاصله ۲ واحد باشند، دو خط به موازات آن و به فاصله ۲ واحد در دو طرف آن می‌باشند؛ بنابراین نقاط واقع در بین این دو خط فاصله‌ای کمتر از دو واحد تا خط اولیه دارند. از طرفی، مجموعه نقاطی که فاصله آن‌ها تا نقطه O، بیشتر از دو واحد باشد، نقاط خارج دایره‌ای به مرکز O و شعاع دو واحد هستند. دو خط به موازات هر یک از خطوط d_1 و d_2 و به فاصله ۲ واحد از آن‌ها و همچنین دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۲ واحد رسم می‌کنیم. نقاط واقع در ناحیه بین آن‌ها، جواب مسئله هستند. داریم:

$$S_{\text{هاشورخورده}} = S_{\text{مربع}} - S_{\text{دایره}} = 4^2 - \pi \times 2^2 = 16 - 4\pi = 4(4 - \pi)$$

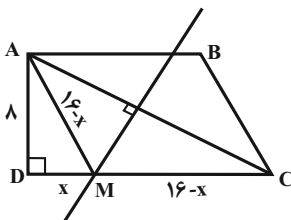


(هنر سه ا: ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۶)

۷۰- گزینه «۱»

(پوار غاتم‌ی)

چون M روی عمودمنصف AC قرار دارد، پس از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است ($MA = MC$). در مثلث قائم‌الزاویه ADM داریم:



$$AM^2 = AD^2 + DM^2 \Rightarrow (16-x)^2 = 64 + x^2$$

$$\Rightarrow 256 - 32x + x^2 = 64 + x^2 \Rightarrow x = 6$$

(هنر سه ا: ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

فیزیک ۱

$$\Rightarrow E = 5 \times 10^{-1} \frac{\text{dam}^2}{\text{s}^2} \times \frac{1 \text{kg}}{10^3 \text{g}} \times \frac{(10^1 \text{m})^2}{1 \text{dam}^2} + 2 \times 10^{-2} = 7 \times 10^{-2} \text{J}$$

$$\Rightarrow E = 7 \times 10^{-2} \text{J}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۷۴- گزینه «۲» (مسئله مفرومی)

با توجه به یکاهای داده شده، یکای حاصل جمع در SI به صورت $\frac{\text{m}}{\text{s.kg}}$

است. پس ابتدا یکای هر عدد را با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای به این

یکای تغییر می‌دهیم. داریم:

$$1/8 \frac{\text{km}}{\text{h.g}} \times \frac{10^3 \text{m}}{1 \text{km}} \times \frac{1 \text{h}}{3600 \text{s}} \times \frac{10^3 \text{g}}{1 \text{kg}} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s.kg}}$$

$$600 \frac{\text{cm}}{\text{s.kg}} \times \frac{10^{-2} \text{m}}{1 \text{cm}} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s.kg}}$$

$$\Rightarrow 1/8 \frac{\text{km}}{\text{h.g}} + 600 \frac{\text{cm}}{\text{s.kg}} = 506 \frac{\text{m}}{\text{s.kg}} = 5/06 \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s.kg}}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۷۵- گزینه «۱» (عبدالرضا امینی نسب)

ابتدا باید آهنگ خروج آب از شیلنگ را برحسب $\frac{\text{L}}{\text{h}}$ (لیتر بر ساعت)

به‌دست آوریم. برای این کار، با استفاده از قاعده تبدیل زنجیره‌ای، داریم:

$$250 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 250 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{1 \text{m}^3}{10^6 \text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{L}}{1 \text{m}^3} \times \frac{3600 \text{s}}{1 \text{h}}$$

$$= 900 \frac{\text{L}}{\text{h}}$$

به عبارت دیگر، در هر ساعت ۹۰۰ لیتر آب وارد مخزن می‌شود. بنابراین

پس از ۲ ساعت، ۱۸۰۰ لیتر آب وارد مخزن می‌شود. بنابراین:

$$1200 \text{L} - 1800 \text{L} = 3000 \text{L}$$

$$\frac{1200}{3000} \times 100 = 40\%$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۷۱- گزینه «۴»

(سیار شهریایی فراهانی)

هفت کمیت اصلی (که همگی نرده‌ای نیز هستند)، عبارتند از:

طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی

کمیت‌های فرعی و برداری: سرعت، شتاب، نیرو

کمیت‌های فرعی و نرده‌ای: تند، فشار، انرژی

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۶ و ۷)

۷۲- گزینه «۴»

(اسماعیل عداری)

$$\text{الف)} \quad 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \left(\frac{10^{-6} \text{kg}}{1 \text{g}} \right) \times \left(\frac{10^6 \text{m}^3}{(10^{-2})^3 \text{m}^3} \right) = 2 \times 10^{12} \frac{\mu\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$\text{ب)} \quad 5 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} = 5 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \times \left(\frac{10^3 \text{g}}{1 \text{kg}} \right) \times \left(\frac{1 \text{dag}}{10^{-2} \text{g}} \right) \times \left(\frac{1 \text{mm}}{10^{-3} \text{m}} \right) \times \left(\frac{(10^{-1})^2 \text{s}^2}{1 \text{ds}^2} \right)$$

$$\Rightarrow 5 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} = 5 \times 10^3 \frac{\text{dag.mm}}{\text{ds}^2}$$

$$\text{پ)} \quad 8 \frac{\text{m}^3}{\text{hs}} = 8 \frac{\text{m}^3}{\text{hs}} \times \left(\frac{1 \text{mm}^3}{(10^{-3})^3 \text{m}^3} \right) \times \left(\frac{1 \text{ks}}{10^3 \text{s}} \right) \times \left(\frac{10^{-9} \text{g}}{1 \text{ns}} \right) = 8 \times 10^{-2} \frac{\text{mm}^3}{\text{ns}}$$

بنابراین هر سه مورد صحیح است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۷۳- گزینه «۱»

(مرتضی بجهت)

با توجه به این که واحد یکی از مقادیر داده شده، ژول یا همان $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$

است و حاصل عبارت نیز برحسب ژول خواسته شده است، پس در جمله اول

سمت راست تساوی، α و β باید به ترتیب از راست به چپ برابر با ۱ و ۲

باشند. داریم:

$$E = 5 \times 10^{-1} \frac{\text{dam}^2}{\text{s}^2} + 2 \times 10^{-2} \text{J}$$

۷۶- گزینه «۳»

(سیدعلی میرنوری)

دقت اندازه‌گیری ابزارهای مدرج، برابر با کمینه درجه‌بندی آن ابزار است. با توجه به شکل، کمینه درجه‌بندی خط‌کش موردنظر برابر با 0.5 cm یا 5 mm است.

(فیزیک ۱، فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۷۷- گزینه «۴»

(عبدارضا امینی نسب)

چون کره را ذوب کرده و با آن استوانه می‌سازیم، حجم کره و پوسته استوانه‌ای یکسان است.

$$V_{\text{کره}} = V_{\text{استوانه}} \Rightarrow \frac{m}{\rho} = \pi(R^2 - r^2)h$$

$$\Rightarrow \frac{81}{10} = \pi(2^2 - 1^2) \times h \Rightarrow 81 = 9h \Rightarrow h = 9 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۸- گزینه «۳»

(اسماعیل مرادی)

اگر شعاع خارجی کره‌ها را با R و شعاع حفره را با r نشان دهیم، داریم:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کره}}} \times 100 = 0.8 \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{8}{100} \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{2}{10} \Rightarrow R = 5r \quad (1)$$

$$m_1 - m_2 = 1520 \text{ g} \Rightarrow \rho_1 V_1 - \rho_2 V_2 = 1520$$

$$\Rightarrow 8 \times \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 - 5 \times \frac{4}{3} \times \pi (R^3 - r^3) = 1520$$

$$\xrightarrow{(1)} 32(\Delta r)^3 - 20((\Delta r)^3 - r^3) = 1520$$

$$\Rightarrow 1520r^3 = 1520 \Rightarrow r^3 = 1 \text{ cm}^3 \Rightarrow r = 1 \text{ cm}$$

$$V_{\text{حفره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 1^3 = 4 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۹- گزینه «۲»

(سعید طاهری پروینی)

از واحد پیمانانه استفاده شده که خاصیت پیمانانه، داشتن حجم ثابت است. بنابراین حجم کل مخلوط برابر است با $3/5$ پیمانانه و در نتیجه چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{(\rho_1 \times \frac{V}{2}) + (\rho_2 \times 3V)}{\frac{V}{2} + 3V} = \frac{\frac{1}{2}\rho_1 + 3\rho_2}{\frac{V}{2}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 + 6\rho_2}{2}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۸۰- گزینه «۲»

(شارمان ویسی)

ابتدا با توجه به چگالی و حجم، جرم کل شن را حساب می‌کنیم:

$$\rho = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = r^2 h$$

$$\Rightarrow V_{\text{مخروط}} = (5)^2 \times 10 = 250 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 2 \times 250 = 500 \text{ g}$$

$$\Delta t = \frac{m}{\text{آهنگ پرشدن}} = \frac{500 \text{ g}}{4 \frac{\text{g}}{\text{s}}} = 125 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

شیمی ۱

گزینه «۳»

(علی امینی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: پاسخ به پرسش «هستی چگونه پدید آمده است؟» که پرسشی بنیادی است در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد.

گزینه «۲»: برخی دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است.

گزینه «۴»: پس از پدید آمدن ذرات زیراتمی، با گذشت زمان و کاهش دما، مجموعه‌های گازی به نام سحابی ایجاد شدند.

(شیمی ۱- کیهان، زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

گزینه «۳»

(مسعود پعفری)

عبارت‌های (الف)، (ب)، (ت) و (ث) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (الف): ایزوتوپ‌های ناپایدار هیدروژن، ${}^1_1\text{H}$ ، ${}^2_1\text{H}$ ، ${}^3_1\text{H}$ و ${}^4_1\text{H}$ هستند که در این میان، ${}^3_1\text{H}$ طبیعی است.

عبارت (ب): عنصری که در هسته خود ۳۱ ذره باردار (پروتون) دارد، ${}_{31}\text{Ga}$ است. ${}_{31}\text{Ga}$ و ${}_{13}\text{Al}$ هر دو در گروه ۱۳ جدول تناوبی جای دارند و کاتیون‌هایی با بار (+۳) تشکیل می‌دهند.

عبارت (پ): نور سبز، طول موج کوتاه‌تری نسبت به نور زرد دارد.

عبارت (ت): ${}^{16}_8\text{O}^{16}_8\text{O} \Rightarrow 48\text{g.mol}^{-1}$ کم‌ترین جرم مولی O_3

${}^{18}_8\text{O}^{18}_8\text{O} \Rightarrow 54\text{g.mol}^{-1}$ بیش‌ترین جرم مولی O_3

$48, 49, 50, 51, 52, 53, 54$ جرم‌های مولی متفاوت O_3

7 جرم مولی متفاوت \Rightarrow

راه حل دوم:

$+1$ (جرم سبک‌ترین مولکول) - (جرم سنگین‌ترین مولکول) = تعداد مولکول با جرم مولی متفاوت
 $= (54) - (48) + 1 = 7$

عبارت (ث): اولین و دومین عنصر فراوان در مشتری، H و He است. تعداد خطوط رنگی طیف نشری خطی He بیش‌تر از H است.

(شیمی ۱- کیهان، زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۶، ۱۳، ۲۰، ۲۱ و ۲۳)

گزینه «۲»

(سید ممدرضا میرقائمی)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) صحیح‌اند.

عبارت «الف»: در جدول تناوبی گروه‌های ۴ تا ۱۲ همگی چهار عضوی هستند که مربوط به دسته d می‌باشند.

توجه کنید که گروه ۳ بیش از چهار عنصر در خود جای داده است.

عبارت «ب»: در دسته f جدول تناوبی، دو ردیف ۱۴ تایی وجود دارد.

عبارت «پ»: در تناوب‌های ۲ و ۳ عنصرهای Li ، Be ، Ne ، Na ، Mg ، Si ، Cl ، Ar همگی دارای نماد شیمیایی دو حرفی‌اند.

عبارت «ت»: تکنسیم اولین عنصر ساخت بشر است که در دسته d جدول دوره‌ای جای دارد.

(شیمی ۱- کیهان، زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۷ و ۹ تا ۱۳)

گزینه «۳»

(امیر رضوانی)

فرض می‌کنیم جرم هر گاز برابر x گرم باشد:

$$\text{SO}_2 \text{ گرم } x = \text{تعداد اتم‌ها در } x \text{ گرم } \text{SO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{64 \text{ g SO}_2}$$

$$\times \frac{N_A \text{ مولکول SO}_2}{1 \text{ mol SO}_2} \times \frac{3 \text{ atom}}{\text{مولکول SO}_2} \simeq \frac{3x}{64} N_A \text{ atom}$$

$$\text{CH}_4 \text{ گرم } x = \text{تعداد اتم‌ها در } x \text{ گرم } \text{CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4}$$

$$\times \frac{N_A \text{ مولکول CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{5 \text{ atom}}{\text{مولکول CH}_4} \simeq \frac{5x}{16} N_A \text{ atom}$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{\frac{3x}{64} N_A}{\frac{5x}{16} N_A} = 0.15$$

(شیمی ۱- کیهان، زارگه الفبای هستی، صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۱۸)

گزینه «۳»

(کامران پعفری)

گزینه «۱»:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ClO}^- \text{ های } = 17 + 8 + 1 = 26 \\ \text{NH}_4^+ \text{ های } = 7 + 4 - 1 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{26}{10} = 2.6$$

گزینه «۲»:

$$\begin{cases} p + n = 79 \\ n - p = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 34 \\ n = 45 \end{cases}$$

گزینه «۳»:

$$? \text{ mol Fe} = 9 / 0.3 \times 10^{20} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{6 / 0.2 \times 10^{23}} = 0 / 0015 \text{ mol Fe}$$

گزینه «۴»:



(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۵، ۶، ۱۶ تا ۱۹)

۸۶- گزینه «۴»

(کامران پعفری)

آ هر چه طول موج پرتویی بیشتر باشد، زاویه انحراف آن پس از عبور از منشور کمتر است.

(ب) رنگ شعله مس (II) نیترات با مس (II) کلرید یکسان است.

(پ) پرتویی که طول موج بلندتری دارد، انرژی کمتری با خود حمل می‌کند.

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۸۷- گزینه «۴»

(علیرضا شیخ‌الاسلامی پول)

فقط عبارت اول صحیح است.

بررسی عبارات:

عبارت اول: می‌دانیم اغلب ایزوتوپ‌هایی که $\frac{n}{p} \geq \frac{3}{2}$ دارند، پرتوزا هستند، پس

اغلب ایزوتوپ‌هایی که $\frac{p}{n} \leq \frac{2}{3}$ دارند، پرتوزا هستند.

عبارت دوم: رادیوایزوتوپ ${}^3\text{H}$ ، نیم عمری بیش از ۱۲ سال دارد.

عبارت سوم: تعداد خطوط مرئی در طیف نشری خطی دو عنصر مختلف می‌تواند

یکسان باشد مثلاً Li و H هر کدام چهار نوار رنگی دارند.

عبارت چهارم: پرتو منتشر شده از کنترل تلویزیون فرسوخ است و طول موج

آن بزرگتر از 700 nm است.

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۶، ۲۰، ۲۱ و ۲۳)

۸۸- گزینه «۱»

(پواد سوری لکی)

فقط مورد (ب) صحیح است. بررسی سایر موارد:

مورد (الف): محدوده مرئی ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر، ناحیه محدودی از پرتوهای الکترومغناطیسی نور خورشید است که در این ناحیه، نور قرمز بیش‌ترین طول موج را دارد. اما به‌صورت کلی در میان پرتوهای الکترومغناطیسی، امواج رادیویی بیش‌ترین طول موج را دارا هستند.

مورد (پ): تعداد خطوط طیف نشری خطی لیتیم و هیدروژن برابر ۴ است و نمی‌توان گفت که با افزایش عدد اتمی، تعداد خطوط طیف نشری خطی افزایش می‌یابد.

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۳)

۸۹- گزینه «۱»

(مهمر عظیمیان/زواره)

ایزوتوپ‌های یک عنصر همگی خواص شیمیایی یکسانی دارند و در جدول دوره‌ای عناصر تنها یک مکان را اشغال می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: درصد فراوانی ${}^7\text{Li}$ از درصد فراوانی ${}^6\text{Li}$ بیشتر است.

گزینه «۳»: ${}^2\text{H}$ تنها رادیوایزوتوپ طبیعی هیدروژن است که نیم‌عمر آن ۱۲/۳۲ سال است.

گزینه «۴»: ایزوتوپ‌های ناپایدار اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره‌های پرانرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۵ و ۶)

۹۰- گزینه «۴»

(ارژنگ فانلری)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر دو نوع گلوکز معمولی و نشان‌دار توسط یاخته‌های بدن جذب می‌شود.

گزینه «۲»: رابطه مستقیم نه عکس!

گزینه «۳»: همهٔ تکنسیم موجود در جهان باید به‌طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود و نیم‌عمر و ماندگاری آن کم است.

(شیمی ۱- کیوان، زاگله الفبای هستی، صفحه‌های ۷ تا ۹)



حسابان ۲

گزینه ۲» ۹۱

(کتاب آبی ریاضیات کنکور)

در تبدیل نقاط نمودار تابع f به نقاط تابع $y = f(x+1) - 3$ ، به طول هر نقطه -1 واحد و به عرض هر نقطه -3 واحد اضافه می‌شود:

$$A(x_0, y_0) \xrightarrow{y=f(x+1)-3} A'(x_0-1, y_0-3)$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۹۲

(داور بوالسنی)

ابتدا دامنه $f(x)$ را به‌دست آورده و سپس از روی آن دامنه $g(x) = 3f(4x-2) - 3$ را به‌دست می‌آوریم:

$$-2 \leq x \leq 6 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 12 \Rightarrow -5 \leq 2x-1 \leq 11$$

پس دامنه $f(x)$ به‌صورت $[-5, 11]$ می‌باشد. برای به‌دست آوردن دامنه g داریم:

$$-5 \leq 4x-2 \leq 11 \Rightarrow -3 \leq 4x \leq 13 \Rightarrow -\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{13}{4}$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۳» ۹۳

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۹۷)

$$f(x) = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = \sqrt{-x}$$

$$\xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} y = \sqrt{-(x-2)} = \sqrt{-x+2}$$

برای یافتن نقاط تلاقی نمودارهای توابع $y = \sqrt{-x+2}$ و $y = x$ (نیمساز ناحیه اول و سوم)، آنها را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{-x+2} = x \xrightarrow{\text{به توان ۲}} -x+2 = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$x = -2$ غیر قابل قبول است، زیرا در معادله اصلی صدق نمی‌کند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۱» ۹۴

(علی اصغر شریفی)

برای این‌که از تابع $y = f(\frac{1+x}{2})$ به تابع $y = f(\frac{1-x}{2})$ برسیم، کافی است که به جای x قرار دهیم $(-x)$. این کار یعنی این‌که نمودار را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۲» ۹۵

(آرمان بلالی فر)

ابتدا با استفاده از انتقال، نمودار جدید را بدست می‌آوریم:

$$y = |x-3| - 1 \xrightarrow{\text{یک واحد به سمت بالا}} y = |x-3| - 2 \xrightarrow{y \rightarrow (y-1)}$$

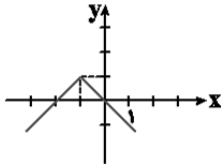
$$\xrightarrow{\text{چهار واحد به سمت چپ}} y = |x+1| - 1 \xrightarrow{x \rightarrow (x+4)}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y = -|x+1| + 1 \xrightarrow{y \rightarrow (-y)}$$

برای رسم نمودار $y = -|x+1| + 1$ ، نمودار

$y = -|x|$ را یک واحد به بالا و یک واحد به

سمت چپ منتقل می‌کنیم:



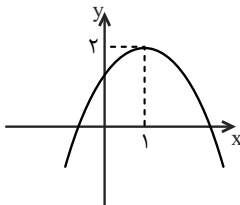
مشاهده می‌کنیم که نمودار فوق از سه ناحیه عبور می‌کند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۱» ۹۶

(کتاب آبی ریاضیات کنکور)

نمودار تابع $g(x) = -(x-1)^2 + 2$ به‌صورت زیر است:



بنابراین برای رسم تابع f از روی g کافی است نمودار تابع g را ۱ واحد به چپ و سپس ۲ واحد به پایین انتقال دهیم.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

گزینه ۳» ۹۷

(کتاب آبی ریاضیات کنکور)

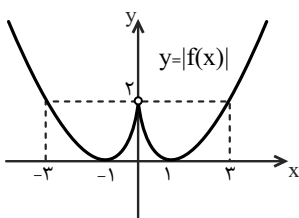
ابتدا با استفاده از نمودار تابع f ، نمودار تابع $y = |f(x)| - 2$ را رسم

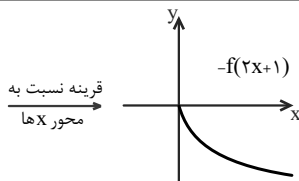
می‌کنیم. برای رسم این نمودار، ابتدا قسمت‌هایی از نمودار تابع $y = f(x)$

را که در زیر محور x ها قرار دارد، نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم تا

نمودار تابع $y = |f(x)|$ به دست آید، سپس آن را دو واحد به پایین منتقل

می‌کنیم تا نمودار تابع $y = |f(x)| - 2$ حاصل شود.

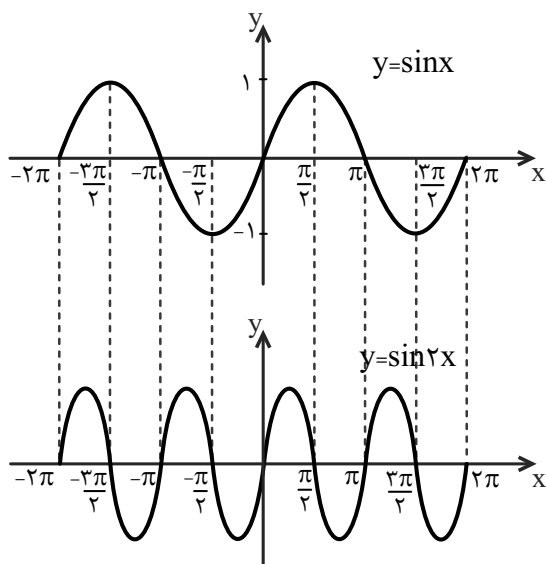




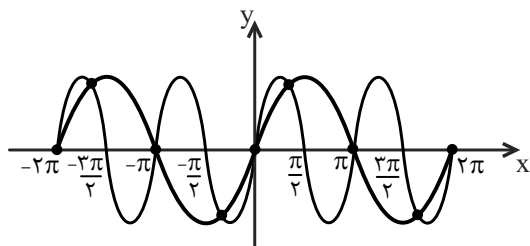
(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۱۰۰- گزینه «۲» (کتاب آبی ریاضیات کنکور)

با تقسیم طول نقاط برخورد نمودار تابع $y = \sin x$ با محور x ها بر a ، طول نقاط برخورد نمودار تابع $y = \sin ax$ با محور x ها به دست می‌آید، پس: $a = 2$. نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار تابع $f(x) = \sin 2x$ کافی است طول نقاط تابع $y = \sin x$ را بر دو تقسیم کنیم.

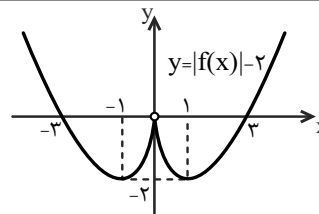


دو نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم. همانطور که مشاهده می‌شود دو نمودار در ۹ نقطه مشترک‌اند.



توجه کنید که $a = -2$ نیز قابل قبول است که در این صورت نیز نمودارهای دو تابع $y = \sin x$ و $y = \sin(-2x)$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ در ۹ نقطه مشترک‌اند.

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)



عبارت زیر رادیکال $y = \sqrt{|f(x)| - 2}$ باید نامنفی باشد، بنابراین $|f(x)| - 2 \geq 0$ ، لذا با توجه به نمودار رسم شده داریم:

$$x \leq -3 \cup x \geq 3 \text{ دامنهٔ تابع}$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۸- گزینه «۴» (کتاب آبی ریاضیات کنکور)

برای حل معادله $k = 2f(2x) - 1$ داریم:

$$2f(2x) - 1 = k \Rightarrow 2f(2x) = k + 1 \Rightarrow f(2x) = \frac{k + 1}{2}$$

تعداد جواب‌های معادله فوق برابر با تعداد نقاط تلاقی خط $y = \frac{k + 1}{2}$ با نمودار تابع $y = f(2x)$ است.

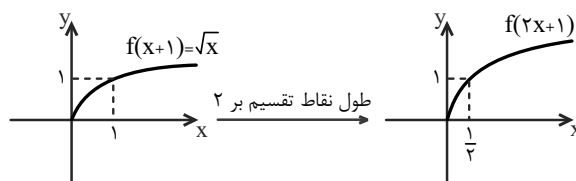
با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، خط $y = 0$ نمودار تابع را در سه نقطه قطع می‌کند. بقیه‌ی خطوط $y = m$ (خطوط موازی محور x ها)، نمودار تابع $f(x)$ را در یک یا دو نقطه قطع می‌کنند یا نمودار را قطع نمی‌کنند. از آنجا که نمودار تابع $f(2x)$ ، با تقسیم طول نقاط تابع $f(x)$ بر ۲ به دست می‌آید، پس تعداد نقاط تلاقی خط $y = 0$ با نمودار تابع $f(2x)$ تغییری نمی‌کند و برابر با ۳ خواهد بود. بنابراین:

$$f(2x) = \frac{k + 1}{2} = 0 \Rightarrow k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۹- گزینه «۳» (کتاب آبی ریاضیات کنکور)

برای رسم نمودار تابع $y = -f(2x+1)$ ، طول نقاط نمودار تابع $y = f(x+1)$ را بر ۲ تقسیم می‌کنیم و در انتها آن را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.



هندسه ۳

۱-۱ گزینۀ «۲»

(مسعود ررویشی)

طبق تعریف درایه‌های ماتریس A داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2+1 & 1-2+2 & 1-3+2 \\ 2+1 & 2^2+1 & 2-3+2 \\ 3+1 & 3+2 & 3^2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & 10 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی ماتریس A برابر است با:

$$1+0+3+1+4+5=14$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱-۲ گزینۀ «۴»

(مهمر فندان)

طبق تعریف درایه‌های دو ماتریس A و B داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 \times 1 - 1 & 1 \times 2 - 1 \\ 2 \times 1 - 1 & 2 \times 2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1^2 - 1 & 1^2 - 2 \\ 2^2 - 1 & 2^2 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱-۳ گزینۀ «۲»

(عادل مسینی)

حاصل ضرب دو ماتریس زمانی قابل تعریف است که تعداد ستون‌های

ماتریس سمت چپ برابر تعداد سطرهای ماتریس سمت راست باشد. بنابراین

ماتریس‌های BA، AC، BD، DB و CB قابل تعریف است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱-۴ گزینۀ «۲»

(زویا مهمرعلی پور قهرمانی نژاد)

$$\begin{bmatrix} \cos^2 15^\circ & \sin 15^\circ \cos 15^\circ \\ -\sin 15^\circ \cos 15^\circ & \cos^2 15^\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2 15^\circ & -\sin 15^\circ \cos 15^\circ \\ \sin 15^\circ \cos 15^\circ & \sin^2 15^\circ \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ & 0 \\ 0 & \cos^2 15^\circ + \sin^2 15^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۱-۵ گزینۀ «۳»

(مهمر فندان)

گزینۀ «۱»:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 12 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$$

گزینۀ «۲»:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

گزینۀ «۳»:

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{O}$$

گزینۀ «۴»:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱-۶ گزینۀ «۲»

(امیرمسین ابومحبوب)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & a-1 \\ a+1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -b \\ b & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+ab-b & -2b+2a-2 \\ a+1+3b & -ab-b+6 \end{bmatrix}$$

در ماتریس قطری، درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر هستند. بنابراین

داریم:

(عادل حسینی)

۱۰۹- گزینه «۱»

$$\begin{bmatrix} 1 & x & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & x & -1 \\ x & 1 & 2 \\ -2 & -4 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x^2 - 1 & 2x - 8 & 4x - 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x^2 - 1 - 2x + 8 + 4x - 2 \\ -1 - 1 + 4 \\ 2 - 2 + x \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x+5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 = \alpha \\ a = -5 = \beta \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{5}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرحسین ابومویب)

۱۱۰- گزینه «۱»

$$A = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-y & 5 \\ x-z & y+2z \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

با فرض $x=2$ و $y=1$ داریم:

$$\begin{cases} 2 - z = -2 \Rightarrow z = 4 \\ 1 + 2z = 1 \Rightarrow z = 0 \end{cases}$$

چون مقدار z در دو رابطه متفاوت است، پس هیچ ماتریسی مانند B وجود

ندارد که با ماتریس A مساوی باشد.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه ۱۳)

$$\begin{cases} -2b + 2a - 2 = 0 \\ a + 1 + 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ a + 3b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = 0$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

۱۰۷- گزینه «۴» (عادل حسینی)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 12-m & 8+m \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 12-m & 8+m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ m-8 & -m-8 \end{bmatrix}$$

$$C \text{ مجموع درایه‌های } = 0 + (-5) + (m-8) + (-m-8) = -21$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۰۸- گزینه «۴» (سیر ممبر رضا حسینی فرد)

ابتدا ماتریس A را می‌سازیم. درایه‌های ماتریس A به صورت زیر است:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & a+b \\ a+b & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2 & a+b+3 \\ a+b+3 & b+4 \end{bmatrix}$$

ماتریس $A + B$ یک ماتریس اسکالر است پس درایه‌های قطر اصلی در آن

با هم برابرند و بقیه درایه‌ها صفر هستند:

$$\begin{cases} a+2 = b+4 \\ a+b+3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b = 2 \\ a+b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A + B = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 3$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

ریاضیات گسسته

۱۱۱- گزینه «۴»

(مسعود درویشی)

اگر $a^2 + b^2$ فرد باشد، آنگاه از میان a و b یکی زوج و دیگری فرد است و در نتیجه ab قطعاً زوج خواهد بود ولی در صورتی که $a^2 + b^2$ زوج باشد، آنگاه a و b هر دو زوج یا هر دو فرد هستند که در این صورت ab می‌تواند زوج یا فرد باشد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۳ و ۵)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومویب)

به عنوان مثال نقض برای گزینه «۳»، می‌توان $n = 6$ را در نظر گرفت که در این صورت عدد $2^6 + 1 = 65$ عددی مرکب است. درستی سایر گزاره‌ها را می‌توان به کمک روش‌های اثبات مستقیم یا غیرمستقیم به سادگی نشان داد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱۱۳- گزینه «۱»

(نوبیر میبری)

در اثبات به روش برهان خلف، فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد و در پایان به یک نتیجه غیرممکن یا متضاد با فرض می‌رسیم. در واقع به جای اثبات ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، عکس نقیض این ترکیب شرطی یعنی $p \sim \Rightarrow \sim q$ را اثبات می‌کنیم. بنابراین در این سؤال کافی است نشان دهیم

«اگر n مضرب ۵ نباشد، آنگاه n^2 مضرب ۵ نیست.»

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۴- گزینه «۴»

(عادل مسینی)

گزینه «۱»: چون $ab = (\sqrt{2})(-\sqrt{2}) = 2$ عددی گویا است، پس نمی‌تواند مثال نقضی برای حکم داده شده باشد.

گزینه «۲»: چون $a + b = (1 + \sqrt{2}) + (1 - 2\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$ عددی گنگ

است، پس نمی‌تواند مثال نقضی برای حکم داده شده باشد.

گزینه «۳»: چون $ab = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$ عددی گویا است، پس

نمی‌تواند مثال نقضی برای حکم داده شده باشد.

گزینه «۴»:

$$a + b = (2 + \sqrt{2}) + (4 - \sqrt{2}) = 6$$

$$ab = (2 + \sqrt{2})(4 - \sqrt{2}) = 8 - 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 2 = 6 + 2\sqrt{2}$$

در گزینه «۴»، a و b اعداد گنگ و $a + b$ گویاست ولی ab عددی

گنگ است، پس مثال نقضی برای حکم داده شده است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۵- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومویب)

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$\Rightarrow xy = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } y = 0$$

$$xy = 0 \Rightarrow 2xy = -2xy \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$\Rightarrow (x + y)^2 = (x - y)^2$$

به عنوان مثال نقض برای سایر گزینه‌ها داریم:

$$\text{گزینه «۱»}: x = 0 \text{ و } y = -2$$

$$\text{گزینه‌های «۲» و «۳»}: x = 0 \text{ و } y = 2$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد، مشابه تمرین ۳ صفحه ۸)

۱۱۶- گزینه «۲»

(نوبیر میبری)

در بین گزاره‌های داده شده تنها گزاره «ب» درست است. به عنوان مثال

نقض برای دو گزاره دیگر داریم:

$$\text{گزاره «الف»}: \text{اگر } x = -2 \text{ و } y = 1 \text{ باشد، آنگاه } x < y \text{ ولی } x^2 > y^2.$$

گزاره «ب»: اگر $x = \frac{1}{p}$ باشد، آنگاه $x > 0$ ولی $x^2 < x^3$.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه کار در کلاس صفحه ۷)

۱۱۷ - گزینه «۳»

(امیرمسین ایومبوب)

گزینه «۱»: اگر n زوج باشد، آنگاه $n+1$ فرد و در نتیجه $(n+1)^2$ فرد هستند و برعکس اگر $(n+1)^2$ فرد باشد، آنگاه $n+1$ فرد و n زوج است.
گزینه «۲»: اگر $n+2$ فرد باشد، آنگاه n فرد و $n-1$ زوج است و در نتیجه $(n-1)^2$ زوج می‌باشد و برعکس اگر $(n-1)^2$ زوج باشد، آنگاه $n-1$ زوج و n فرد است و در نتیجه $n+2$ فرد می‌باشد.

گزینه «۳»: اگر n فرد باشد، آنگاه $2n+1$ فرد و در نتیجه $(2n+1)^2$ فرد هستند ولی عکس این رابطه برقرار نیست، زیرا $(2n+1)^2$ همواره عددی فرد است و به زوج و فرد بودن n بستگی ندارد.

گزینه «۴»: اگر n زوج باشد، آنگاه $2n+2$ فرد و در نتیجه $(2n+2)^2$ زوج هستند و برعکس اگر $(2n+2)^2$ زوج باشد، آنگاه $2n+2$ فرد و در نتیجه n زوج هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، مشابه کار در کلاس (الف) صفحه ۸)

۱۱۸ - گزینه «۲»

(مسعود رویشی)

$$(a^2 - b^2)(c^2 - d^2) \leq (ac - bd)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2c^2 - a^2d^2 - b^2c^2 + b^2d^2 \leq a^2c^2 + b^2d^2 - 2acbd \Leftrightarrow$$

$$a^2d^2 + b^2c^2 - 2adbc \geq 0 \Leftrightarrow (ad - bc)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر بدیهی است و تمامی روابط بازگشت پذیر هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱۱۹ - گزینه «۴»

(سید ممد رضا مسینی خرد)

گزاره گزینه «۱» درست است و قابل رد کردن نیست.

گزاره گزینه «۲» نادرست است و قابل اثبات نیست.

گزاره گزینه «۳» درست است و قابل رد کردن نیست. همچنین برهان خلف

برای اثبات درستی یک حکم استفاده می‌شود.

اثبات درستی گزاره گزینه «۴» به صورت زیر است:

$$a = 2k + 1, b = 2q + 1$$

$$\Rightarrow ab = (2k + 1)(2q + 1) = 4kq + 2k + 2q + 1$$

$$= 2(2kq + k + q) + 1 = 2q' + 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۲۰ - گزینه «۱»

(نیلوفر مهروی)

پنج عدد طبیعی و متوالی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5$$

میانگین اعداد a_1 تا a_5 به صورت زیر است:

$$\frac{(n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5)}{5}$$

$$= \frac{5n + 15}{5} = n + 3$$

بنابراین میانگین پنج عدد طبیعی متوالی برابر با عدد وسطی یعنی $(n + 3)$

است. میانگین عددی فرد است، در نتیجه $(n + 3)$ عددی فرد می‌باشد، پس

$(n + 5)$ هم عددی فرد است.

$$a_3 = n + 3 \Rightarrow a_3 = 2k + 1$$

$$a_5 = n + 5 \Rightarrow a_5 = 2k' + 1$$

$$4a_3 - a_5 = (4k + 4) - (2k' + 1) = 2(\underbrace{2k - k' + 2}_{k''}) - 1 = 2k'' - 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد، صفحه‌های ۴ و ۵)

فیزیک ۳

۱۲۱- گزینه «۲»

(عسین مفرومی)

متحرک از مکان $x_0 = -2m$ در جهت مثبت محور x شروع به حرکت کرده و پس از عبور از مکان‌های $x_1 = 2m$ و $x_2 = -5m$ ، در نهایت به مکان $x_3 = 5m$ می‌رسد. بدین ترتیب، نمودار $x-t$ گزینه «۲» می‌تواند توصیف کننده حرکت آن باشد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۲۲- گزینه «۱»

(عباس اصغری)

وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت آن منفی است. از طرفی شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به نمودار، شیب نمودار و در نتیجه سرعت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا ۳s و نیز ۸s تا ۱۰s منفی است. به عبارتی متحرک $3+2=5s$ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

همچنین در بازه زمانی که $x > 0$ است بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x است. با توجه به نمودار در بازه زمانی ۶s تا ۱۲s بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x است. بنابراین نسبت خواسته شده در

صورت سؤال برابر است با: $\frac{5}{6}$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۳- گزینه «۴»

(ممدعلی راست پیمان)

گلوله نسبت به محل پرتاب حداکثر ۱۵۰ متر بالاتر رفته است. بنابراین

گلوله هنگام برگشت به سطح زمین مسافت ۲۵۰

متر و هنگام بالا رفتن مسافت ۱۵۰ متر را طی

می‌کند. پس مسافت پیموده شده توسط گلوله از



لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سطح زمین برابر است با:

مسافت: $150 + 250 = 400m$

ولی بزرگی جابه‌جایی گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سطح زمین

۱۰۰ متر است؛ زیرا بردار جابه‌جایی پاره‌خط جهت‌داری است که مکان

آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند.

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{400}{100} = 4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱۲۴- گزینه «۳»

(غرشید رسولی)

طبق رابطه سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، می‌توانیم با محاسبه جابه‌جایی

متحرک و تقسیم آن بر مدت زمان طی‌شدن آن جابه‌جایی، سرعت متوسط

متحرک را به دست آوریم. با توجه به معادله مکان - زمان متحرک،

جابه‌جایی آن را در بازه‌های زمانی مشخص شده، پیدا می‌کنیم.

منظور از ثانیه سوم حرکت بازه زمانی بین $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$ می‌باشد. بنابراین:

$$t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 2^2 + 2(2) - 7 = 1m$$

$$t_2 = 3s \Rightarrow x_2 = 3^2 + 2(3) - 7 = 8m$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{8 - 1}{3 - 2} = 7 \frac{m}{s}$$

و منظور از ثانیه اول حرکت، بازه زمانی $t'_1 = 0$ تا $t'_2 = 3s$ است. بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} t'_1 = 0 &\Rightarrow x'_1 = -7m \\ t'_2 = 3s &\Rightarrow x'_2 = 8m \end{aligned} \right\} \Rightarrow v'_{av} = \frac{x'_2 - x'_1}{t'_2 - t'_1} = \frac{8 - (-7)}{3 - 0} = 5 \frac{m}{s}$$

$$\frac{|v_{av}|}{|v'_{av}|} = \frac{7}{5}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

$$s_{av, \text{کل}} - s_{av, 1} = -\Delta \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{2\ell}{t_1 + t_2} = \Delta$$

$$\Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1(t_1 + t_2)} = \Delta \quad \text{«I»}$$

$$s_{av, 1} - s_{av, 2} = \Delta \frac{m}{s} \Rightarrow \frac{\ell}{t_1} - \frac{\ell}{t_2} = \Delta \Rightarrow \frac{\ell(t_2 - t_1)}{t_1 t_2} = \Delta \quad \text{«II»}$$

$$\text{«I», «II»} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\Delta}{\Delta} \Rightarrow \Delta t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow 2t_2 = \Delta t_1$$

$$\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{3}{5}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(امیرمسین برادران)

۱۲۸- گزینه «۴»

در بازه زمانی که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط متحرک با یکدیگر برابر هستند، جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(فسرو ارغوانی فرد)

۱۲۹- گزینه «۱»

در هر لحظه، شتاب، شیب خط مماس بر منحنی $v-t$ در آن لحظه می‌باشد که در لحظه‌های t_1 و t_2 ، شتاب صفر و در لحظه t_3 ، در جهت \leftarrow است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(مسن قندچلر)

۱۳۰- گزینه «۳»

طبق رابطه‌های $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، همواره v_{av} با Δx و a_{av} با Δv هم علامت‌اند.

در نتیجه فقط عبارت «الف» صحیح است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

(مسین مفرومی)

۱۲۵- گزینه «۱»

سرعت متوسط در کل مسیر صفر است، زیرا جابه‌جایی صفر است.

اما در مسیر رفت برای تندی متوسط داریم:

$$\Delta t_1 = \frac{\ell}{s_{av, 1}} = \frac{480 \times 10^3 \text{ m}}{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 16000 \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\ell}{s_{av, 2}} = \frac{480 \times 10^3 \text{ m}}{15 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 32000 \text{ s}$$

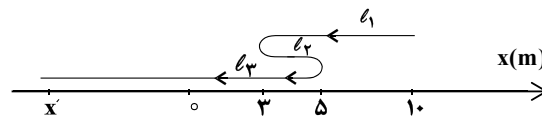
$$s_{av, \text{کل}} = \frac{\ell + \ell}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2 \times 480 \times 10^3}{(16 \times 10^3) + (32 \times 10^3)}$$

$$= \frac{2 \times 480 \times 10^3}{48 \times 10^3} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(امیرمسین برادران)

۱۲۶- گزینه «۳»



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{s_{av} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\Delta t = 8 \text{ s}} \Rightarrow \ell = 3 \times 8 = 24 \text{ m}$$

$$\ell = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \Rightarrow 24 = (10 - 3) + (5 - 3) + (5 - x') \Rightarrow x' = -10 \text{ m}$$

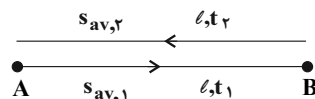
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x' - x_0}{\Delta t} = \frac{-10 \text{ m} - 10 \text{ m}}{8 \text{ s}} \Rightarrow v_{av} = -\frac{20}{8} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

(امیرمسین برادران)

۱۲۷- گزینه «۳»

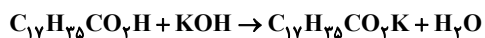
با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:



$$s_{av, \text{کل}} = \frac{2\ell}{t_1 + t_2}, \quad s_{av, 1} = \frac{\ell}{t_1}, \quad s_{av, 2} = \frac{\ell}{t_2}$$

$$118 \text{g.mol}^{-1} = (3 \times 12) + (8 \times 1) + (3 \times 16)$$

$$118 \text{g.mol}^{-1} - 92 = 284 \text{g.mol}^{-1}$$



$$\frac{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}}{284 \text{g}} \times \text{اسید چرب } 5 / 68 \text{g} = \text{صابون } g ?$$

$$\text{صابون } 6 / 44 \text{g} = \frac{\text{صابون } 222 \text{g}}{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}} \times \frac{\text{صابون } 1 \text{ mol}}{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}}$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۳۳- گزینه «۴» (امسان ایرواتی)

صابون‌های جامد نمک اسید چرب سدیم و صابون‌های مایع نمک اسید چرب

آمونیم یا پتاسیم می‌باشند. پس ماده بازی موجود در واکنش، NaOH است.

لذا داریم:

$$? \text{ mol} = \frac{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}}{40 \text{g NaOH}} \times \text{اسید چرب } 8 \text{g NaOH}$$

$$\frac{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}}{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}} = \frac{\text{اسید چرب } 0 / 2 \text{ mol}}{\text{اسید چرب } 1 \text{ mol}}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{جرم}}{\text{مول}} \Rightarrow \frac{56 / 8}{0 / 2} = 284 \text{g.mol}^{-1}$$

فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیره آلکیل سیرشده به صورت



$$12(n) + 1(2n) + 2 \times 16 = 284 \Rightarrow n = 18$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۵ و ۶)

شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۲»

(میلاد شیخ الاسلامی)

با توجه به جدول زیر گزینه ۲ صحیح است.

نوع مخلوط	سوسپانسیون‌ها	کلوئیدها	محلول‌ها	ویژگی
رفقار در برابر نور	نور را پخش می‌کنند.	نور را پخش می‌کنند.	نور را عبور می‌دهند.	
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن	
پایداری	ناپایدار / ته‌نشین می‌شوند.	پایدار / ته‌نشین نمی‌شوند.	پایدار / ته‌نشین نمی‌شوند.	
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریز ماده	توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌های مجزا	

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۶ و ۷)

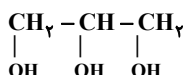
۱۳۲- گزینه «۴»

(مسن عیسی‌زاده)

ترکیب (آ) یک استر سنگین سه‌عاملی و ترکیب (ب) یک اسید چرب می‌باشد و

به مخلوط این دو ترکیب، چربی گفته می‌شود. در ضمن اسید سازنده استر (آ)،

همان ترکیب (ب) بوده و الکل سازنده آن، یک الکل سه‌عاملی است.

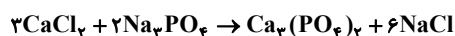
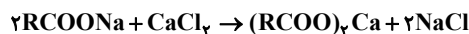


$$284 \text{g.mol}^{-1} = (18 \times 12) + (36 \times 1) + (2 \times 16)$$

۱۳۴- گزینه «۱»

(سیر ممبر رضا میرقائمی)

با توجه به معادله موازنه شده واکنش‌ها خواهیم داشت:



$$\text{جرم مولی } \text{RCOO}^- = 278 - 23 = 255 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی رسوب } (\text{RCOO})_2\text{Ca} : (255 \times 2) + 40 = 550 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$27 / 55 \text{ g}(\text{RCOO})_2\text{Ca} \times \frac{1 \text{ mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}{550 \text{ g}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{1 \text{ mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{1 \text{ mol CaCl}_2}$$

$$\times \frac{40 \text{ g Ca}^{2+}}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} = 2 \text{ g Ca}^{2+}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم Ca}^{2+}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 = \frac{2}{1000} \times 10^6 = 2000$$

برای قسمت دوم مسأله خواهیم داشت:

$$27 / 55 \text{ g}(\text{RCOO})_2\text{Ca} \times \frac{1 \text{ mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}{550 \text{ g}(\text{RCOO})_2\text{Ca}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CaCl}_2}{1 \text{ mol}(\text{RCOO})_2\text{Ca}} \times \frac{2 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol CaCl}_2}$$

$$\approx 0.033 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۸ و ۹)

۱۳۵- گزینه «۳»

(رسول عابدینی زواره)

عبارت‌های (ب)، (پ) و (ت) درست‌اند.

بررسی درستی عبارت‌ها:

آ) عسل حاوی مولکول‌های قطبی است که در ساختار خود شمار قابل توجهی

گروه هیدروکسیل (OH-) دارد.

ب) شربت معده یک سوسپانسیون و شیر یک کلوئید است که هر دو مخلوط ناهمگن

می‌باشند.

پ) لکه‌های سفید برجای مانده بر روی لباس پس از شست‌وشو، ناشی از

واکنش صابون با یون‌های موجود در آب سخت می‌باشد.

ت) با افزایش دمای آب و افزودن آنزیم به صابون، قدرت پاک‌کنندگی آن

بیشتر می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۳۶- گزینه «۴»

(مرتضی زارعی)

با توجه به اینکه زنجیر هیدروکربنی یک پیوند دوگانه دارد، پس تعداد

هیدروژن‌های آن ۲ واحد کم‌تر از زنجیر آلکیل در حالت سیر شده بوده و

تعداد کربن را می‌توان به صورت مقابل به دست آورد.



$$2n + 1 - 2 = 31 \rightarrow n = 16 \rightarrow \text{C}_{16}\text{H}_{31}\text{COONH}_4$$

دلیل انتخاب کاتیون NH_4^+ این است که حداکثر تعداد اتم را داشته باشیم.

$$\rightarrow \text{مجموع اتم‌ها} = 16 + 31 + 1 + 2 + 5 = 55$$

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{2 \times 16}{288} \times 100 \approx 11.1\%$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه ۶)

گزینه «۲»: بخش B و مولکول‌های روغن هر دو ناقصی بوده و در نتیجه میان آنها جاذبه وان‌دروالسی وجود دارد.

گزینه «۳»: قسمت A آنیون کربوکسیلات (COO^-) است و بخش آب‌دوست صابون را تشکیل می‌دهد.

گزینه «۴»: میان بخش A که بار منفی دارد و سر مثبت مولکول‌های آب که قطبی هستند، جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌شود.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۵ تا ۸)

۱۴۰- گزینه «۱» (میلاز شیخ‌الاسلامی)

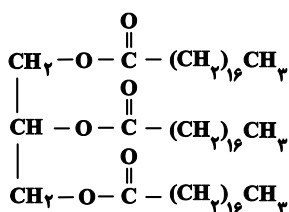
فقط عبارت (ت) درست است. بررسی عبارت‌ها:

(آ) در ساختار روغن زیتون ۳ پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد.

(ب) اتیلن گلیکول هیدروکربن نیست! هیدروکربن‌ها فقط از هیدروژن و کربن تشکیل شده‌اند.

(پ) اسید چرب داده شده دارای ۱۶ گروه CH_2 است. دقت کنید در مدل فضاپرکن اتم‌های پشت تصویر دیده نمی‌شود.

(ت) استرهای سنگین (مانند ساختار رسم شده) از استری شدن الکل‌های چندعاملی و کربوکسیلیک اسیدهای بلندزنجیر (اسید چرب) ساخته می‌شوند.



(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۴ تا ۶)

۱۳۷- گزینه «۴» (مسین ناصری‌ثانی)

مخلوط (I) نشان‌دهنده محلول و مخلوط (II) نشان‌دهنده یک کلئوئید است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مخلوط آب، روغن و صابون یک کلئوئید است و مخلوط بنزین در هگزان، محلول است.

گزینه «۲»: ذره‌های سازنده کلئوئید، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت است.

گزینه «۳»: ذرات سازنده محلول کوچک‌تر از ذرات تشکیل‌دهنده کلئوئید است.

گزینه «۴»: محلول و کلئوئید هر دو پایدارند، اما محلول، مخلوط همگن و کلئوئید مخلوط ناهمگن است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۳۸- گزینه «۴» (سیدریم هاشمی‌هکری)

صابون‌های آنزیم‌دار همانند صابون‌های معمولی با یون‌های کلسیم و منیزیم در آب سخت ترکیب شده و رسوب می‌کنند. وجود آنزیم قدرت پاک‌کنندگی را افزایش می‌دهد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۱۳۹- گزینه «۱» (مسین ناصری‌ثانی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مخلوط آب، روغن و صابون (مخلوط نشان داده شده در شکل) یک کلئوئید بوده که مخلوطی ناهمگن و پایدار است.

